

## Série TD N°1

### Exercice 1

Étudier la nature des chaînes (classification, périodicité des classes) données par les matrices de probabilités  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  suivantes. Discuter dans chaque cas l'existence d'une distribution stationnaire.

$$P_1 = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,1 & \alpha \\ 0,1 & \beta & 0,3 \\ 0 & 0,1 & 0,9 \end{pmatrix} \quad P_2 = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 & 0 & 4/5 \\ 2/5 & 3/5 & 0 & 0 \\ 0 & 4/15 & 11/15 & 0 \\ 0 & 0 & 1/5 & 4/5 \end{pmatrix} \quad P_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}$$

### Exercice 2

On étudie le fonctionnement d'une imprimante. Celle-ci peut être dans 3 états distincts :

**État 1** attente d'un caractère à imprimer,

**État 2** impression d'un caractère

**État 3** interruption après avoir reçu un caractère de contrôle.

Lorsque l'imprimante est en attente, elle reçoit un caractère à imprimer avec la probabilité 0.80.

Lorsqu'elle est en impression elle reçoit :

- un caractère normal avec la probabilité 0.95.
- un caractère de fin de fichier avec la probabilité 0.04.
- un caractère d'interruption avec la probabilité 0.01.

Lorsque l'imprimante est dans l'état 3, elle retourne dans l'état d'attente avec la probabilité 0.3 sinon elle reste dans l'état 3.

1. Montrez que ce système se modélise par une chaîne de Markov à 3 états.
2. Dessinez le graphe associé à cette chaîne et donnez sa matrice de transition.
3. Écrivez les équations d'équilibre et montrez que cette chaîne est ergodique. Calculez les probabilités stationnaires associées.
4. En régime stationnaire, quel est le taux d'utilisation de l'imprimante ?