

appel: Circuit du 1^{er} ordre

$$a \frac{dx}{dt} + bx = f(t)$$

$$x = (x_0 + x_{f0}) e^{-\frac{b}{a}t} + x_f$$

x_0 : libre, x_H
 x_f : forcée, x_p

$\tau = a/b$ est la constante de temps

Exemple:

(1) Circuit R, L

$$L \frac{di}{dt} + Ri = f(t)$$

$$i = (i_0 - i_{f0}) e^{-R/L t} + i_f$$

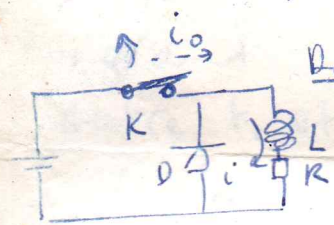
(2) Circuit RC

$$Ri + u = f(t) \quad ; \quad i = C \frac{du}{dt}$$

$$RC \frac{du}{dt} + u = f(t)$$

$$u = (u_0 + u_{f0}) e^{-t/RC} + u_f$$

Ex n°1



Décharge d'un circuit résistant et inductif par une diode

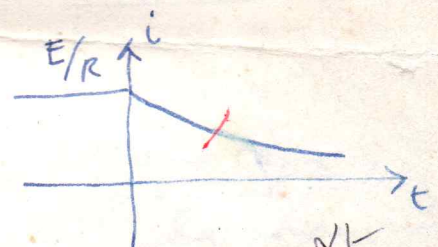
Equation

pour $t < 0$

$$E = Ri_0 \rightarrow i_0 = E/R$$

pour $t > 0$

$$* Ri + L \frac{di}{dt} = 0 \rightarrow i = i_0 e^{-R/L t}$$



$$i = i_0 e^{-\alpha t}$$

$$i' = -\alpha i_0 e^{-\alpha t}$$

$$i = \alpha i_0 e^{-\alpha t}$$

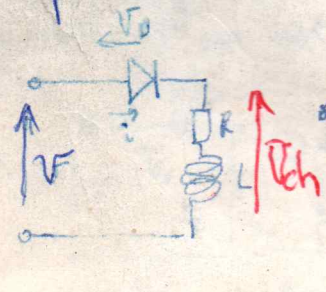
$$* \rightarrow \alpha t$$

$$R i_0 e^{-\alpha t} + L \alpha i_0 e^{-\alpha t} = 0$$

$$R + L \alpha = 0 \rightarrow \alpha = -\frac{R}{L}$$

Ex n°2

Alimentation par une tension sinusoïdale d'un récepteur inductif à travers une diode



$$v = V_m \sin(\omega t)$$

pour $t > 0$ la diode est passante et $v \oplus$

$$L \frac{di}{dt} + Ri = V_m \sin \omega t$$

Théorie et Applications des circuits électriques 350 exercices résolus SÉRIE Schaud JOSEPH A

Problèmes d'électronique Thyristors - Commande de Moteurs Diodes TOME 5 (Francis Nilsant

L'électronique de puissance les fonctions de base et leurs principales applications Guy SEGUIER

Thème

$$i = i_f + i_d = \frac{V_m}{Z} \sin(\omega t - \varphi) + i_0 e^{R/L t}$$

pour $t = 0, i = 0, i_0 = ?$

$$\frac{V_m \sin(\omega t - \varphi)}{Z} \bigg|_{t=0} = -\frac{V_m \sin \varphi}{Z} + i_0 \Rightarrow i_0 = \sin \varphi \cdot \frac{V_m}{Z}$$

$$i = \frac{V_m}{Z} [\sin(\omega t - \varphi) + \sin \varphi e^{R/L t}]$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}, \quad \varphi = \arctan \frac{\omega L}{R}$$

La conduction cesse à l'instant $t = t_1$ où le courant s'annule $i = 0$

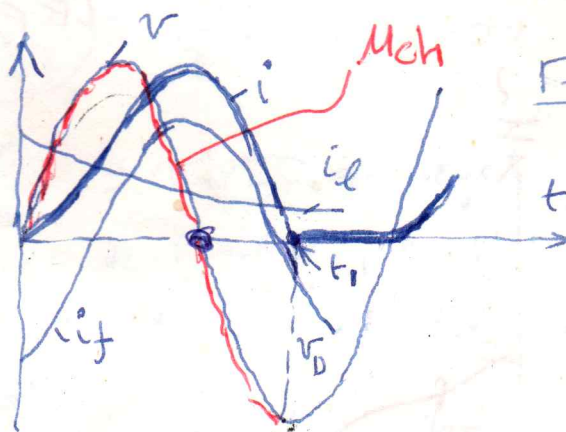
$$\sin(\omega t_1 - \varphi) = -\sin \varphi e^{R/L t_1}$$

t_1 est $> T/2$ et d'autant plus voisine de T que L/R est plus grand

Entre t_1 et $t = T$ la diode est bloquée

$$i = 0, v_D = v$$

Ex

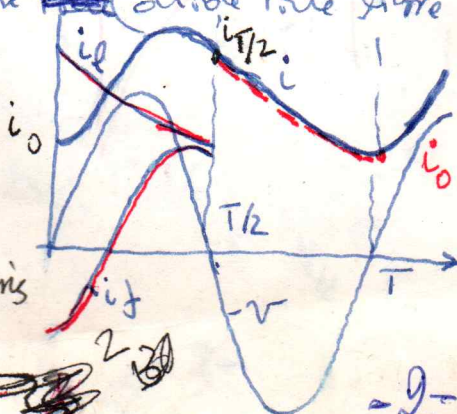
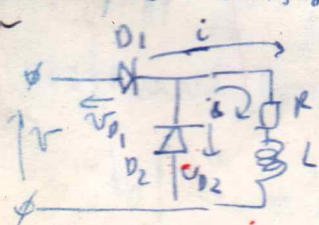


Remarque:

la conduction est discontinue

Ex n°3: Circuit "roue libre"

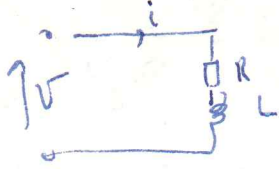
pour réduire l'ondulation et supprimer les intervalles à courant nul (conduction continue) on utilise une (diode roue libre) $D_2 = DRL$



- Déterminer les expressions de i et de déterminer.

Tracer le graphique correspondant.

* Pour $0 < t < T/2$, $v = V_m \sin \omega t$ est $\oplus$, v_1 conduit
 la conduction de v_1 entraîne le blocage de v_2 car $v_{v_2} > 0$
 et est égal à $-v$



$$L \frac{di}{dt} + Ri = V_m \sin \omega t$$

$$i_f = \frac{V_m}{Z} \sin(\omega t - \varphi)$$

$i_l, i_H,$
 $i_f, i_p.$
 $t_{permanente}$

Si i_0 est la valeur de i pour $t = 0$

$$i_l = i_0 - i_{f0} = i_0 - \frac{V_m}{Z} \sin(\omega t - \varphi) = i_0 - \frac{V_m}{Z} \sin(-\varphi)$$

$$i_0 - \frac{V_m}{Z} \sin(-\varphi) = i_0 + \frac{V_m}{Z} \sin \varphi = i_l$$

donc :

$$i = \frac{V_m}{Z} \sin(\omega t - \varphi) + \left(i_0 + \frac{V_m}{Z} \sin \varphi \right) e^{-R/L t}$$

~~l'instant $t = T/2$~~

$$\sin(\pi - \varphi) = \sin(\varphi)$$

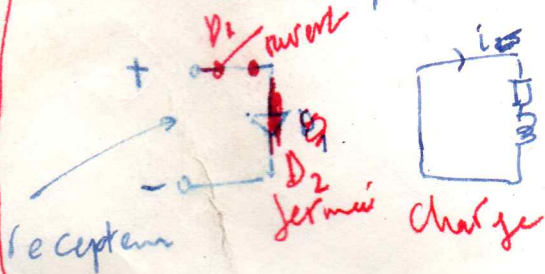
$\varphi = \omega t = \pi$ ← l'instant $t = T/2$, $\omega t = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2} = \pi$

$$i_{t=T/2} = \frac{V_m}{Z} \sin \varphi + \left(i_0 + \frac{V_m}{Z} \sin \varphi \right) e^{-R/L \cdot T/2}$$

* $T/2 < t < T$; $v \ominus$ est négatif v_2 conduit

(la conduction de v_2 rend v_{v_1} égal à v donc négatif)

le récepteur est court-circuité par la diode rive libre



$$L \frac{di}{dt} + Ri = 0$$

$$= -R/L (t - T/2)$$

$$i = i_{T/2} e^{-R/L (t - T/2)}$$

à la fin de la période i doit avoir retrouvé la valeur i_0

$$i_0 \Big|_{t=T} = i_{T/2} e^{-R/L (T - T/2)} = i_{T/2} e^{-R/L T/2}$$

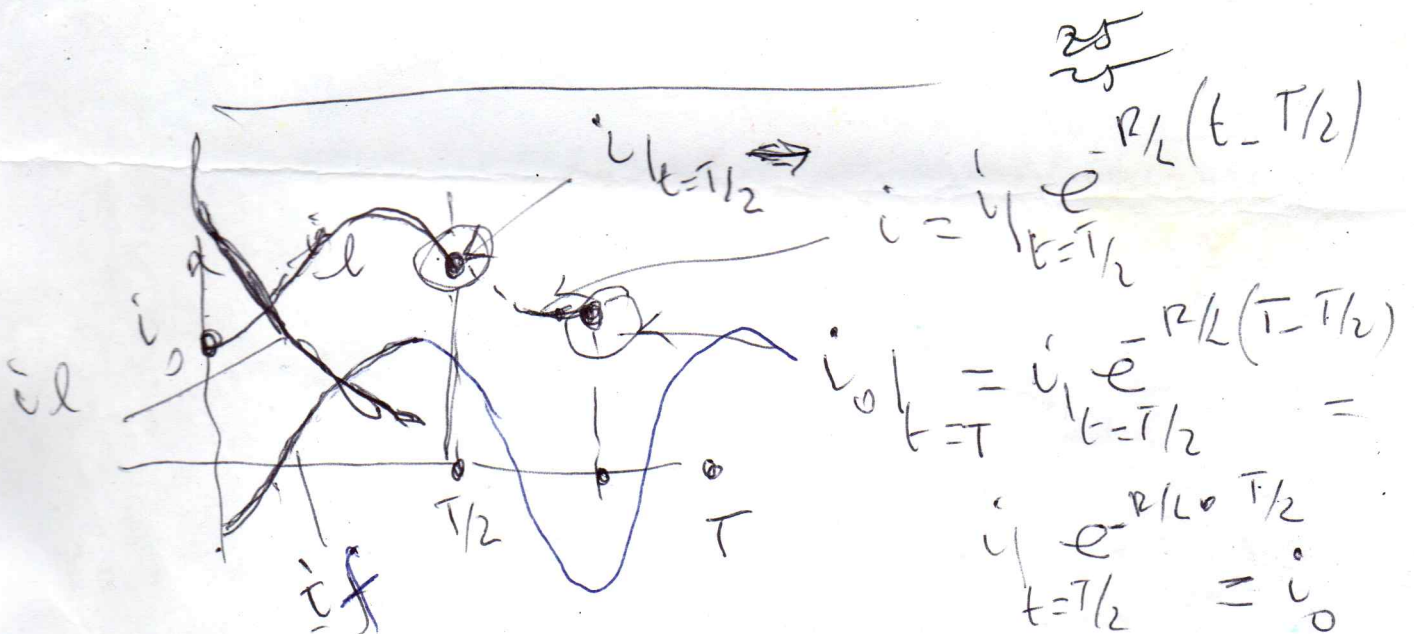
$$i_0 = i_{T/2} e^{-R/L \cdot T/2} = \frac{V_m \sin \varphi}{Z} e^{-R/L \cdot T/2} + (i_0 + \frac{V_m \sin \varphi}{Z}) e^{-\frac{R}{L} \cdot T}$$

$$\Rightarrow (i_0 - i_0 e^{-R/L \cdot T}) = \frac{V_m \sin \varphi}{Z} [e^{-R/L \cdot T/2} - e^{-R/L \cdot T}]$$

$$i_0 (1 - e^{-R/L \cdot T}) = \frac{V_m \sin \varphi}{Z} [e^{-R/L \cdot T/2} - e^{-R/L \cdot T}]$$

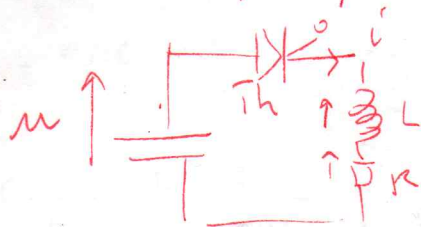
$$i_0 = \frac{V_m \sin \varphi}{Z} \left[\frac{e^{-R/L \cdot T/2} - e^{-R/L \cdot T}}{1 - e^{-R/L \cdot T}} \right]$$

$$i_{T/2} = \frac{i_0 |_{t=T}}{e^{-R/L \cdot T/2}} = \frac{V_m \sin \varphi}{Z} \left[\frac{1 + e^{-R/L \cdot T/2}}{1 - e^{-R/L \cdot T}} \right]$$



Ex. 4 : Système du 2^{ème} ordre
Décharge, à travers un thyristor d'un condensateur
dans un circuit R, L

Déterminer les expressions de u et de i



Solution : A partir de $t = 0$

$$u = Ri + L \frac{di}{dt}$$

$$i = -C \frac{du}{dt} \quad \text{c'est un courant de décharge.}$$

La tension est donc donnée par l'équation

$$\left[LC \frac{d^2 u}{dt^2} + RC \frac{du}{dt} + u = 0 \right]$$

$$\begin{cases} a = LC \\ b = RC \\ c = 1 \end{cases} \text{ donc } \begin{cases} \alpha = \frac{R}{2L} \\ \beta_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} r_{1,2} = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ r_{1,2} = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}} \\ r_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \beta_0^2} \\ \alpha = \frac{b}{2a}, \quad \beta_0 = \sqrt{\frac{c}{a}} \end{cases}$$

Pour Trouver les Constantes d'intégration on a

$$u_0 \neq 0, \quad u_f = 0, \quad \text{donc } u_{f0} = 0$$

$$u'_0 = \frac{i_0}{C} = 0, \quad u'_f = 0 \quad \text{donc } u'_{f0} = 0$$

Examinons successivement les Trois Types possibles du
régime libre.

Pour le reste de la solution voir
le livre de GUY SEGUIER !