

INTEGRATEUR ET DERIVATEUR A AMPLIFICATEUR OPERATIONNEL :

mise en évidence des fonctions intégration et dérivation
et limitations

7

2006

Bibliographie : [1] – R. Duffait, J.P Lièvre, Exp. d'électronique *Agrégation de sciences physiques*, chap.IV Bréal, 1999
 [2] – JM Brebec, *Électronique Électrocinétique 1ere année MPSI...chap 8.*, HPrépa, Hachette 2003
 [3] – JM Brebec, *Électronique II 1ere année PCSI-PTSI...chap 3.*, HPrépa, Hachette 1997
 [4] – Dico Electricité et applications Quaranta, Pierron

On utilisera un ampli-op type TL081.

1 MONTAGE INTEGRATEUR

1.1 Montage théorique

On considère le montage de la figure 1.
 La loi des nœuds appliquée à l'entrée inverseuse donne :

$$\frac{u_e - u_-}{R} + C \frac{d(u_s - u_-)}{dt} = 0$$

en régime linéaire $u_- = 0$ et dans ces conditions $\frac{u_e}{R} + C \frac{du_s}{dt} = 0$ soit : $\frac{du_s}{dt} = -\frac{u_e}{RC}$

Le montage réalise une intégration.

On réalise alors le montage de la figure 2 avec l'interrupteur k.

Cet interrupteur permet de décharger le condensateur.

On peut observer que ce montage dérive vers la saturation dès que l'on ouvre k même si la tension u_e est nulle, (intégration de l'offset et des courants de polarisation [ref 3 p58 et 59](#)).

Montrer cette dérive à l'oscillo.

Ce montage théorique n'est donc pas utilisable en pratique. On réalise le montage suivant.

1.2 Montage pratique

On remplace l'interrupteur par une résistance R' , la nouvelle équation différentielle est :

$$\frac{u_e - u_-}{R} + C \frac{d(u_s - u_-)}{dt} + \frac{u_s - u_-}{R'} = 0$$

soit en régime linéaire avec $u_- = 0$

$$\frac{du_s}{dt} + \frac{u_s}{R'C} = -\frac{u_e}{RC}$$

Pour un signal d'entrée périodique de période T, le

Figure 1

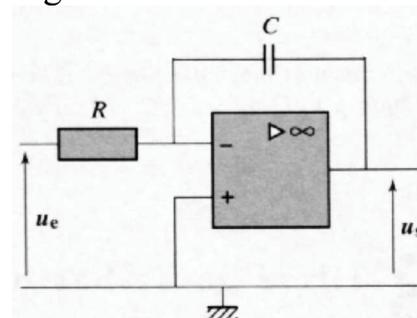


Figure 2

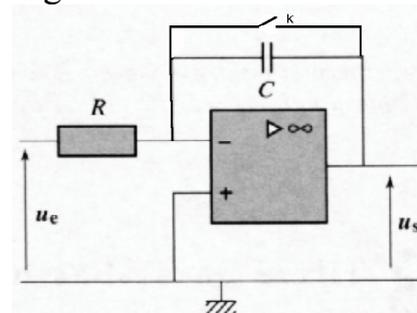
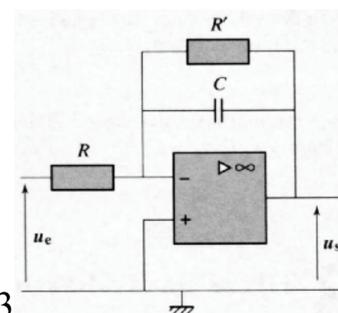


Figure 3



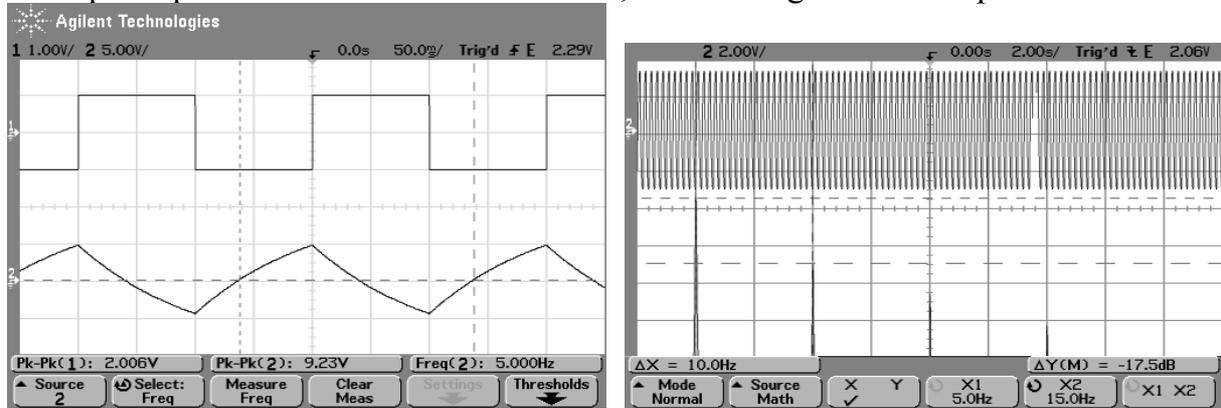
signal de sortie u_s sera en régime permanent avec $\langle u_e \rangle = 0$:

si $T \gg R'C$, $u_s = -u_e \frac{R'}{R}$ et si $T \ll R'C$, $u_s = -\frac{1}{RC} \int u_e dt$

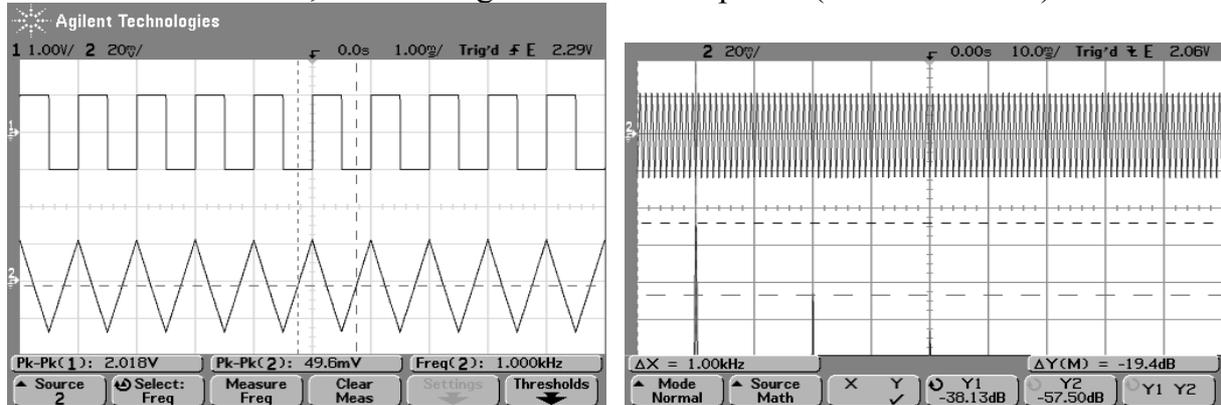
1.3 Etude expérimentale

Avec $R' = 1M\Omega$, $C = 0.1\mu F$, $R'C = 0.1s$, la limite $T \ll R'C$ donne un circuit intégrateur pour des fréquences $f > 100Hz$.

Exemple copies oscillo : entrée créneau 2V , sortie triangle à 5Hz et spectre



Et entrée créneau 2V , sortie triangle à 1000Hz et spectre (-19.4dB=>~1/9)



Vérifier le déphasage entre u_e et u_s dans le cas d'un signal sinusoïdal.

2 MONTAGE DERIVATEUR

2.1 Montage théorique

On considère le montage de la figure 4.
La loi des nœuds appliquée à l'entrée inverseuse donne :

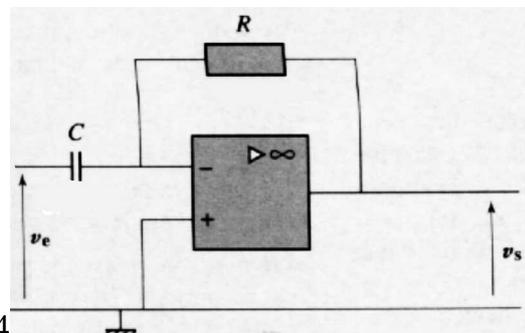
$$C \frac{d(v_e - v_-)}{dt} + \frac{v_s - v_-}{R} = 0, \text{ en régime linéaire}$$

$$v_- = 0 \text{ et dans ces conditions } \frac{v_s}{R} + C \frac{dv_e}{dt} = 0$$

soit :

$$v_s = -RC \frac{dv_e}{dt}$$

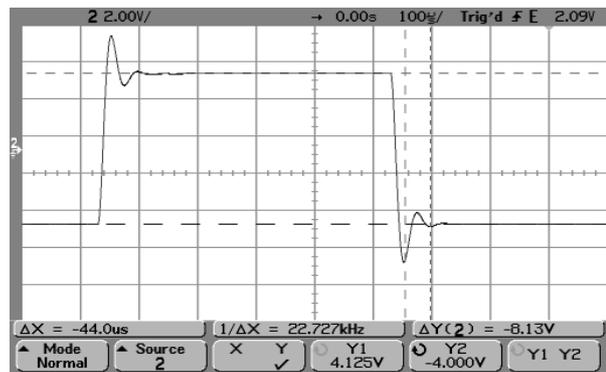
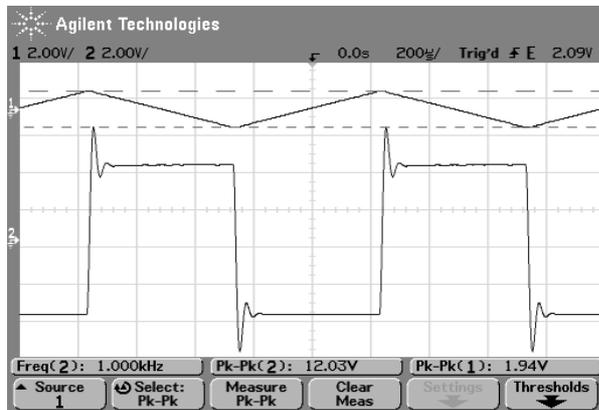
Figure 4



Le montage réalise une dérivation.

Choisir un signal triangulaire pour v_e , on doit obtenir un créneau.

Avec $R = 10k\Omega$ et $C = 100nF$ ($RC = 10^{-3}s$) et $v_e = 0.1V$ à $1000Hz$



On observe des oscillations amorties de fréquence f_c environ 23kHz

Explication : à partir du diagramme de Bode d'un ampli op réel

Ref [2] : Chap 10 exercice 1 p 265 et 266

Conclusion : dans le montage dérivateur on doit tenir compte des performances réelles de l'ampli op, le modèle de l'ampli op idéal à gain infini n'est pas suffisant.

2.2 Montage pratique

On utilise alors le montage de la figure 5, avec $R=10k\Omega$, $C=100nF$ et $10 < R' < 1000\Omega$
La fonction de transfert de ce montage est :

$$H(j\omega) = \frac{-jRC\omega}{1 + jR'C\omega + \left(-\frac{1}{\mu_0} + j\left(\frac{(R+R')C}{\mu_0} + \frac{1}{2\pi f_0}\right)\omega - \frac{(R+R')C}{2\pi f_0}\omega^2\right)}$$

où $\mu_0 \gg 1$ (gain statique = 10^5 ou 10^6) et f_0 est la fréquence de coupure à gain nul ($> 10^6$ Hz)

Si $R \gg R'$, cette fonction de transfert se simplifie en

$$H(j\omega) = \frac{-jRC\omega}{1 + j\omega(R'C + \frac{1}{2\pi f_0}) - \frac{RC}{2\pi f_0}\omega^2}$$

Cette expression fait apparaître une fréquence de résonance f_c pour

$$\frac{RC}{2\pi f_0}\omega^2 = 1$$

$$\text{soit } f_c = \sqrt{\frac{f_0}{2\pi RC}}$$

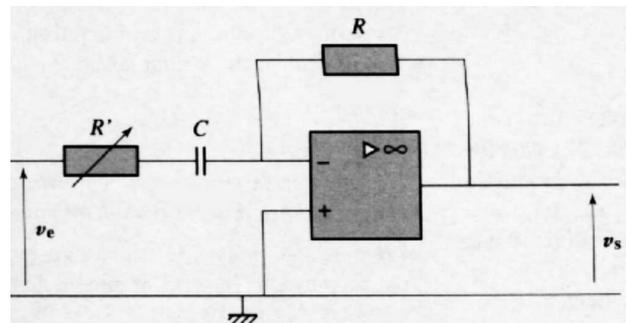


Figure 5

2.3 Etude expérimentale

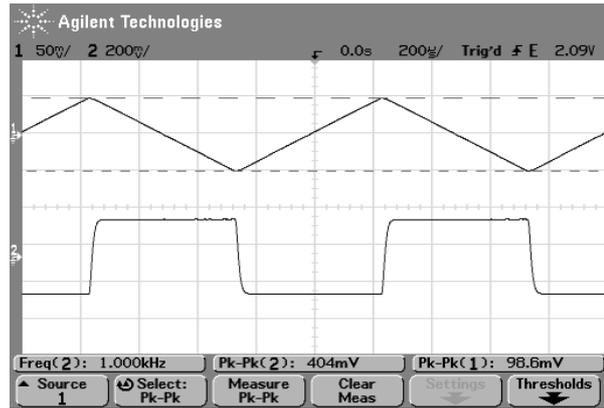
Avec $R=10\text{k}\Omega$ et $C=100\text{nF}$ ($RC=10^{-3}\text{s}$) et $v_e=0.2\text{V}$ à 1000Hz

Choisir un signal triangulaire pour v_e , on doit obtenir un meilleur créneau en ajustant la valeur de R' .

La valeur optimale de R' est donnée par la relation $(2\pi R'C + \frac{1}{2\pi f_0})f_c = 2$ Ref [3]

page67

$$\text{Soit } R' = \frac{1}{2\pi C} \left(\frac{2}{f_c} + \frac{1}{2\pi f_0} \right)$$



Vérifier le déphasage entre u_e et u_s dans le cas d'un signal sinusoïdal.

Vérifier qu'un signal créneau donne des impulsions en sortie.

Augmenter la fréquence jusqu'à ce que le signal v_s devienne un triangle, on est alors dans la zone où le montage dérivateur est devenu intégrateur.

En résumé ce qu'il faut retenir :

1 AO intégrateur

11 Théorique -> ne marche pas à cause des courants de polarisation et tension de décalage

12 Pratique = Pseudo intégrateur = filtre passe bas de fréquence de coupure $f_{ci}=(2\pi R'C)^{-1}$, il faut que le fondamental $\gg f_{ci}$

2 AO dérivateur

21 Théorique -> sature rapidement en HF à cause du gain $G=-jRC\omega$ proportionnel à ω (et en général on observe des oscillations pour un signal d'entrée triangle)

22 Pratique = filtre passe haut de fréquence de coupure $f_{cd}=(2\pi R'C)^{-1}$, il faut que le fondamental soit $\ll f_{cd}$, pour laisser passer au moins 4 ou 5 harmoniques

23 Remarque : si R' est « trop petite », il y a apparition d'oscillations lorsque le signal d'entrée est riche en harmoniques -> optimisation de R' avec la prise en compte de la fonction de transfert de l'AO réel.

Les amateurs de Maple peuvent aller chercher sur <http://agregation.capes.free.fr/tp/derivOKbfhf.pdf> un fichier modélisation ou plusieurs, intégrateur et dérivateur sur <http://agregation.capes.free.fr/tp/tp07> ou <http://agregation.capes.free.fr/mws> (fichiers html et mws)