

Examen analyses de données

Exercice 1 : (15 pts)

Réaliser l'ACP de la matrice suivante, à partir de sa matrice de dispersion, commencez par les matrices de variances-covariances et de corrélation, valeurs propres vecteurs propres, conclusions pour chaque étape:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Exercice 2 : (5 pts)

Quelles sont les caractéristiques d'une AFC ?

Solution

Moyenne X_1 1, 2, 3 = 2

X_2 3, 5, 1 = 3

Moyenne pour $X_1 = (1+2+3)/3=2$

Moyenne pour $X_2 = (3+5+1)/3=3$

Centrer les variables

-1 0

0 2

1 -2

Ecart type

$X_1 = \text{racine}(1/3 [(-1)^2+(1)^2]) = \text{racine}(2/3)$

$X_2 = \text{racine}(1/3 [(2)^2+(-2)^2]) = 2 \text{ racine}(2/3)$

Matrice centrée réduite =

$$\begin{array}{cc} \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \\ \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} & -\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \end{array}$$

Corrélation

$$\begin{array}{cc} 1 & -0,5 \\ -0,5 & 1 \end{array}$$

Covariance

$$\begin{array}{cc} 1,5 & -0,75 \\ -0,75 & 1,5 \end{array}$$

Valeurs propres

$$\begin{array}{cc} 1 - \lambda & -0,5 \\ -0,5 & 1 - \lambda \end{array}$$

$$(1-\lambda)^2 - 1/4 = 0$$

$$(1-\lambda-1/2)(1-\lambda+1/2) = 0$$

$$(1/2-\lambda)(3/2-\lambda) = 0$$

$$\lambda_1 = 3/2 ; \lambda_2 = 1/2$$

Vecteurs propres

Pour $\lambda = 1/2$

$$\begin{array}{cc} 1 & -0,5 \\ -0,5 & 1 \end{array} \begin{array}{l} x_1 \\ x_2 \end{array} = \frac{1}{2} \begin{array}{l} x_1 \\ x_2 \end{array}$$

$$x_1 - 0,5x_2 = 1/2x_1$$

$$-0,5x_1 + x_2 = 1/2x_2 \quad x=y$$

Une droite

Même raisonnement pour $\lambda = 3/2$

AFC :

Fait une analyse entre deux variables avec plusieurs modalités.

Les variables sont qualitatives, et nous avons généralement un tableau de contingence sur lequel on peut faire deux études : profil lignes et profil colonnes.