

- Donner la modélisation mathématique pour les problèmes d'optimisation ci-dessous.

Problème 1 : Problème de production

Un fabricant de yaourt produit 2 types de yaourts à la fraise A et B . Les ingrédients essentiels sont de la fraise, du lait et du sucre. Chaque yaourt doit respecter les proportions suivantes de matières premières.

Les matières premières sont en quantité limitée : 800 kilos de fraises, 700 kilos de lait et 300 kilos de sucre. La vente des yaourts A rapportent 40 DA par kilo et les yaourts B 50 DA.

Problème 2 : Combinaison optimale en vitamines

Une personne soucieuse de sa forme physique souhaite absorber chaque jour 36 unités de vitamine A , 28 unités de vitamine C et 32 unités de vitamine D . Deux marques sont susceptibles de fournir ces apports. La marque 1 coûte 300 DA et procure 2 unités de vitamine C et 8 unités de vitamine D . La marque 2 coûte 450 DA et procure 3 unités de vitamine A , 2 unités de vitamine C et 2 unités de vitamine D . Il s'agit de trouver la combinaison respectant les exigences d'absorption quotidiennes au moindre coût.

	A	B
Fraise	2	1
Lait	1	2
Sucre	0	1

Problème 3 : Chocolatier

Un chocolatier veut confectionner des bouchées de chocolat. Il ne lui reste que 18 kg de cacao, 8 kg de noisettes et 14 kg de lait. Il est reconnu pour deux types de bouchées : les rochers et les pyramides. Le premier type nécessite 1 kg de cacao, 2 kg de noisettes et 2 kg de lait tandis que le second nécessite 3 kg de cacao, 1 kg de noisettes et 1 kg de lait. Il fera un profit de 2000 DA en vendant les rochers et un profit de 3000 DA en vendant les pyramides. Modéliser le problème qui consiste à maximiser le profit de ce chocolatier.

Problème 4 : Rendu de monnaie

En Algérie, la plupart des marchands rendent la monnaie en utilisant six types de pièces de monnaie : 5 DA, 10 DA, 20 DA, 50 DA, 100 DA et 200 DA. Pour une somme d'argent donnée, il existe plusieurs combinaisons de monnaie. Sachant qu'un marchand doit toujours avoir de la monnaie, son objectif est de rendre le minimum de pièces. C'est-à-dire, pour une monnaie de 300 DA par exemple, le rendu sera une pièce de 200 DA et une pièce de 100 DA. Le problème d'optimisation combinatoire est alors de trouver la combinaison avec le nombre de pièces minimal ayant la somme de l'argent rendu.

Problème 5 : Affectation produits-machines

Un atelier contenant m machines ($i = 1, \dots, m$) doit fabriquer n produits ($j = 1, \dots, n$). Chaque produit j peut être entièrement fabriqué par la machine i .

On appelle t_{ij} le temps pris par la machine i pour fabriquer le produit j . T_i est le temps total de travail de la machine i . c_{ij} est le coût de fabrication du produit j par la machine i . On cherche l'affectation des produits aux machines minimisant le coût total.

Problème 6 : Affectations sur deux machines

Un atelier de production dispose de deux machines qui peuvent fonctionner en parallèle. A chaque début de mois, l'atelier reçoit un ensemble de commandes (tâches) à réaliser. Le responsable d'atelier doit décider quelles sont les commandes qui peuvent être réalisées dans le mois, et sur quelle machine elles seront effectuées.

Pour une tâche i la durée de travail n'est pas la même pour les deux machines (durées respectives a_i et b_i). De plus, le fait d'accepter une tâche i induit un profit p_i pour l'entreprise qui sera facturé au client. On cherche donc à ordonnancer les tâches sur les deux machines de sorte que la durée des tâches sur chacune des machines soit inférieure à la durée ouvrable du mois M en maximisant le profit de l'atelier.