

Série TD N°2

Exercice 1

Un système de télécommunication de type M/M/1 est mis à la disposition des clients qui passent des messages. On suppose que la taille (L bits) des messages échangés suit une loi exponentielle de moyenne de 600 bits/s. Et la vitesse de transmission du système est de $C=1200$ bits/s.

1. Choisir un taux d'arrivée λ de messages maximum pour que le temps d'attente moyen d'un message soit inférieur à 1 seconde.

Exercice 2

Un système informatique reçoit des tâches à traiter. Le taux d'arrivée des tâches est $\lambda = 1$ tâche/seconde. Le temps de service d'une tâche est une v. a. qui suit la loi exponentielle de paramètre μ . Le système est M/M/1 .

1. Choisir un taux de service μ pour que le temps moyen de séjour d'une tâche soit inférieur à 1/2 seconde.

Exercice 3

Un organisme public est ouvert, chaque jour ouvrable, de 9h à 17h sans interruption. Il accueille en moyenne 64 usagers par jour ; un guichet sert uniquement à traiter le dossier de chaque usager. Une étude statistique a permis de conclure que la durée aléatoire des services suit une loi exponentielle de moyenne 2.5 minutes, et que les arrivées des usagers forment un processus de Poisson. On suppose que le régime stationnaire est rapidement atteint.

1. Donner la notation de Kendall de ce système de files d'attente.
2. Donner l'expression de la probabilité π_n , donner la justification de son existence.
3. Quel sont les temps moyens passés : à attendre ? Dans l'organisme pour chaque usager ?
4. Quelles sont les probabilités qu'il n'arrive aucun client entre 15h et 16h ? Que 6 clients arrivent entre 16h et 17h ?
5. Quelle est la probabilité d'observer une file d'attente de 4 usagers, derrière l'utilisateur en cours de service ?
6. Quelle est, en moyenne et par heure, la durée pendant laquelle l'employé du guichet ne s'occupe pas des usagers ?

Exercice 4

Un serveur de base de données reçoit en moyenne 100 requêtes par seconde, arrivant selon un processus de Poisson. Le temps de traitement d'une requête suit la loi exponentielle de paramètre μ .

Quand le serveur est occupé, les requêtes sont stockées sur un disque de grande taille pour être traitées ultérieurement selon la discipline FIFO. Il existe, sur le marché, 4 types différents de serveurs pouvant traiter respectivement 100, 150, 200, 300 requêtes par seconde quand ils fonctionnent sans interruption.

1. Que se passera-t-il si l'on prévoit d'installer un serveur pouvant traiter 100 requêtes par seconde ?

On souhaite qu'un client qui émet une requête ait la réponse au bout de 1/100 seconde en moyenne.

2. Quel type de serveur faut-il prévoir ?

On convient que lorsqu'il y a déjà 8 requêtes stockées dans la file d'attente, les nouvelles requêtes arrivantes seraient trop pénalisées au niveau du temps de réponse. Donc on décide que dans ce cas, elle seront redirigées instantanément sur un serveur auxiliaire. Pour simplifier, on supposera que cette nouvelle disposition a une influence négligeable sur l'ancienne distribution stationnaire (calculer sans serveur auxiliaire).

3. Calculer la probabilité qu'une requête qui arrive sur le serveur principal soit redirigée sur le serveur auxiliaire.
4. Combien, en moyenne, le serveur auxiliaire recevra-t-il de requêtes par seconde

Exercice 5

On utilise une ligne à 512 kb/s (en moyenne) pour faire un transfert de fichier. Le fichier est transféré par blocs de 100 000 caractères de 8 bits. La ligne joue le rôle de serveur.

1. Quel est le temps moyen $1/\mu$ nécessaire pour transférer un bloc ?
2. La ligne délivre un trafic Poissonien avec une charge limitée à 60% (de 512 kb/s).
 - (a) Quel est le taux d'arrivée en blocs/s ?
 - (b) Calculer le temps moyen d'attente d'un bloc dans la ligne, le temps de réponse de la ligne ainsi que le nombre moyen de blocs transitant dans la ligne en régime stationnaire.