Université Badji Mokhtar-Annaba
Département d'électronique
3ième Année Licence Automatique (L3-S5)
Année universitaire : 2023-2024

TD 5
Module : Commande des Systèmes Linéaires(CSL)

Exercice 1 : Soit le système suivant représenté par le modèle d'état suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad \text{avec } A = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 0 & -4 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},\ C = [1 \ \ 2]$$

1- Calculer la matrice de transition e^{At} .
2- En deduire l'état du système en régime libre pour $x(0) = \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 \\ 1 \end{bmatrix}$
3- Calculer la sortie du système $y(\mathrm{t})$ en régime libre.
4- Calculer l'état du système en régime forcé, sachant que l'entrée est une echelon unitaire.
5- Calculer la sortie du système $y(\mathrm{t})$ en régime forcé.
6- Exprimez la solution $x(\mathrm{t})$ complète.
7- En deduire la sortie $y(\mathrm{t})$ complète du système.

Exercice 2 : Soit la matrice A donnée par :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$$

- Calculer la matrice de transition en utilsant la méthode de Cayley-Hamilton.

Exercice 3 :

Etudier la stabilité du système suivant :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

Exercice 4 :

Soit la représentation d'état du système :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 6 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = [1 \quad -1\,] x$$

- Etudier la commandabilité et l'observabilité de ce système.

Exercice 5 :

- Etudier la commandabilité et l'observabilité pour le système suivant.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = [-2 \quad 1 \quad 0] x$$

Exercices supplémentaires :

Exercice 1 :

Calculer la matrice de transition avec la méthode de Cayley-Hamilton du système donné par le modèle suivant :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

Calculer l'état et la réponse du système donné par :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

Exercice 2 :

- Déterminer la fonction de transfert du système défini par le modèle d'état suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ -2 & -9 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ y = [1 \quad 0]\, x(t) \end{cases}$$

- Calculer les pôles de la fonction de transfert et en déduire l'expression de sa sortie en réponse à un échelon unité.

Exercice 3 :

Etudier la stabilité du système suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 6 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

Exercice 4 :

Etudier la commandabilité et l'observabilité du système suivant :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \end{bmatrix} x$$