Université Badji Mokhtar-Annaba
Département d'électronique
Licence Automatique L3 (S5)
Année universitaire : 2023/2024

TP3 : La représentation d'état sous formes canoniques

Introduction :

La fonction de transfert a l'avantage d'etre d'utilisation simple, mais cette simplicité est perdue dans le cas des multivariable de transfert. De plus, les conditions initiales ne sont pas facilement prises en compte, et seules les parties observables et gouvernables sont représentées. Malgré tout, les représentations fréquentielles, à la base de ces représentations, donnent une vision irremplacable sur les comportements externes des systémes.

On va presenter dans ce TP la modélisation des systèmes linéaires par une autre approche appelée représentation d'état qui permet de modéliser un système dynamique en utilisant des variables d´etat.

Cette représentation permet de déterminer l ´etat du système à n'importe quel instant futur si l'on connait l´etat `a l'instant initial et le comportement des variables exogènes qui influent sur le système. La reprèsentation d'état du système permet de connaitre son comportement "interne" et pas seulement son comportement "externe" comme c'est le cas avec sa fonction de transfert.

Equations d'´etat :

De nombreux processus physiques peuvent etre décrits par des équations différentielles et algébriques. La représentation d'´etat pour un système linéaire et invariant dans le temps a la forme générale suivante:

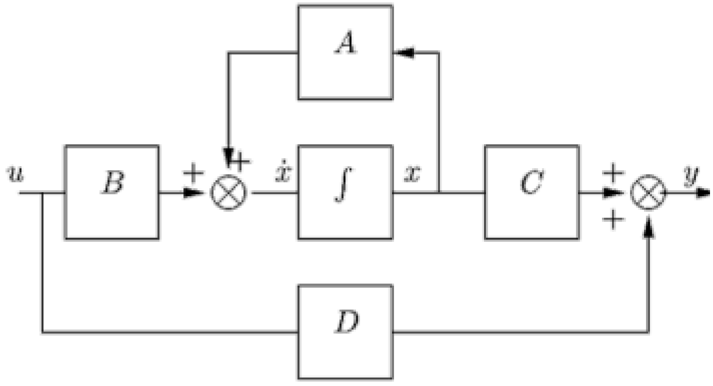
$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \qquad x(t_0) = x_0$$

Avec :

- $A(t) \in R^{n\times n}$ est la matrice dynamique,
- $B(t) \in R^{n\times m}$ est la matrice commande ou d'entrée,
- $C(t) \in R^{r\times n}$ est la matrice mesure ou de sortie,
- $D(t) \in R^{r\times m}$ est la matrice de transmission directe.

Si les matrices A, B, C et D sont constantes, le système est Linéaire Temps Invariant (LTI). La représentation d'état peut être associée au modèle et schémabloc ci-dessous :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$



Remarque :

La représentation d'état n'est pas unique. Cela signifie que pour un même système physique, le choix du vecteur d'état n'est pas unique puisqu'il dépend de la base dans laquel il est exprimé. Dans le cas d'une modélisation dans l'espace d'état, le type d'objet utilisé est le type ss (state-space). La fonction associée, ss() prend en argument les 4 matrices définissant le système LTI. Ce dernier sera défini par la commande

```
ss(A,B,C,D)
```

Matrice de transfert :

Du fait de la linéarité de l'opérateur de Laplace, il est possible de l'appliquer aux matrices :

$$\begin{cases} pX(p) = AX(p) + BU(p) \Longleftrightarrow X(p) = (pI - A)^{-1} BU(p) \\ Y(p) = CX(p) + DU(p) \end{cases}$$

les conditions initiales étant considérées nulles puisqu'il s'agit de déterminer G(p). De toute évidence, ceci amène :

$$G(p) = C\,(pI - A)^{-1}\,B + D$$

Lors de l'étude d'un système il est souvent pratique de passer d'une représentation à une autre en fonction des objectifs. En effet, les fonctions de transfert et la représentation d'état sont deux formalismes qui possèdent leurs propres outils d'analyse et méthodes de synthèse de lois de commande.

```
% fonction de transfert ⟶ représentation d'état
G=tf([1 2],[1 3 2])
ss(G)
```

```
% représentation d'état ⟶ fonction de transfert
A=[-1 4;0 -2];B=[2;3];
C=[1 0];D=0;
sys=ss(A,B,C,D)
G=tf(sys)
```

1-Passage de l'espace d'état vers la fonction de transfert

En utilisant la fonction préétablie de Matlab (**ss2tf**), on obtient :

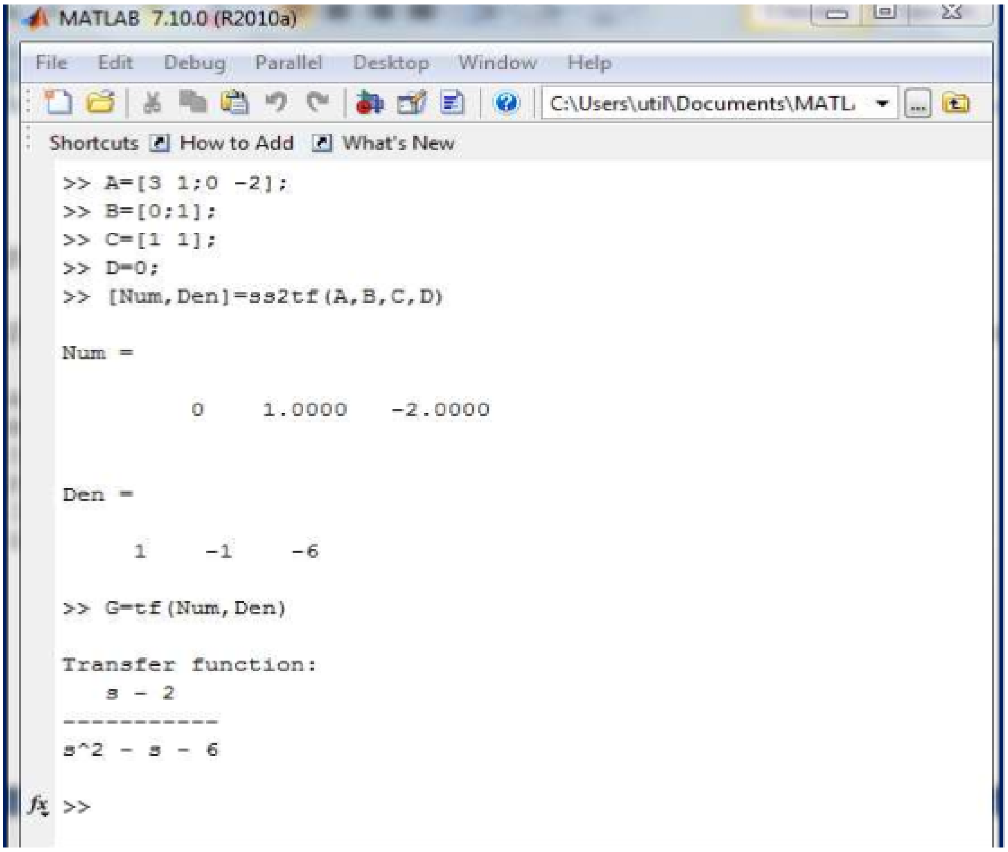


Figure : passage de la représentation d'état vers la fonction de transfert sous Matlab

2-Passage de la fonction de transfert vers l'espace d'état

En utilisant la fonction préétablie de Matlab *(***tf2ss***)*, on obtient la représentation d'état. Matlab par défaut ne donne qu'une seule représentation.

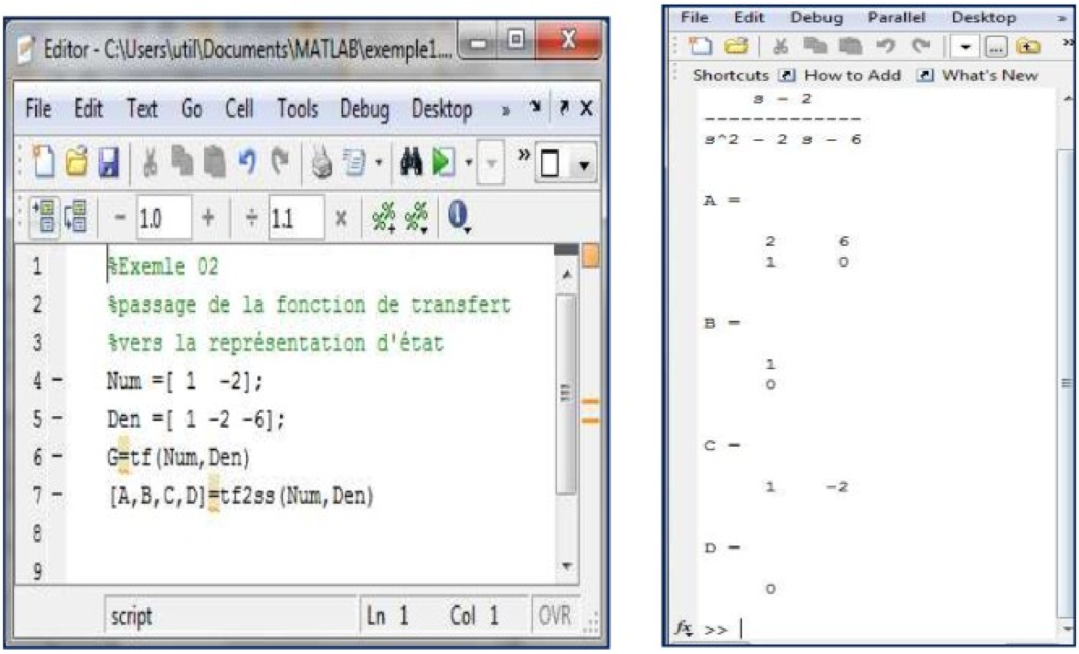
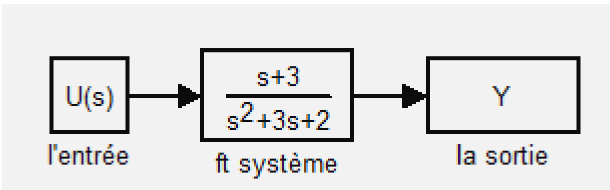


Figure 1.4 : Passage de la fonction de transfert vers la représentation d'état sous Matlab

Exemple

On considère le système donné par la fonction de transfert suivante

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s+3}{s^2+3s+2}$$



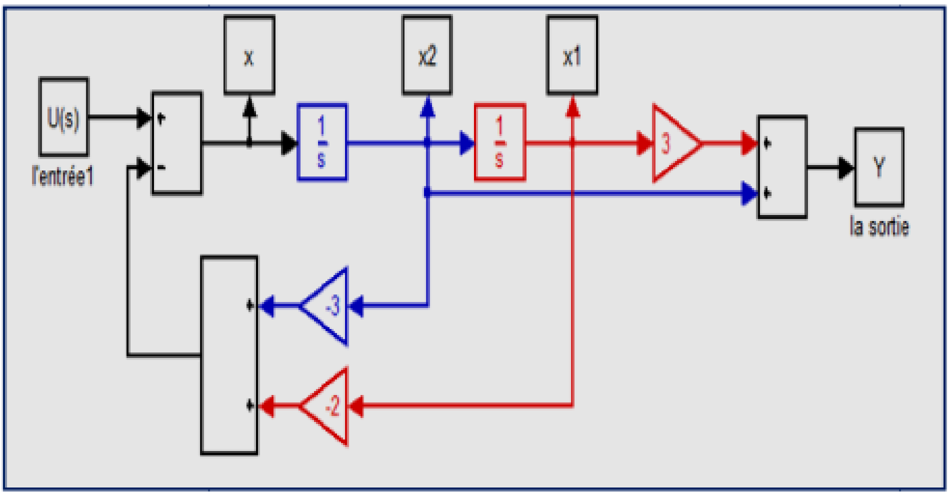
On peut obtenir les trois formes de représentation canonique

1- ***Forme canonique commandable***

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1\\ -2 & -3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u$$

$$y = \begin{bmatrix}3 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$$

2-



Le schéma fonctionnel de la forme commandable (Matlab/Simulink)

Sous Matlab/Simulink une autre forme de schématiser un système par sa représentation d'état donnée par la figure où le bloc state-space est à la bibliothèque de Simulink /continous en modifiant les matrices A,B,C,D selon la forme canonique choisie.

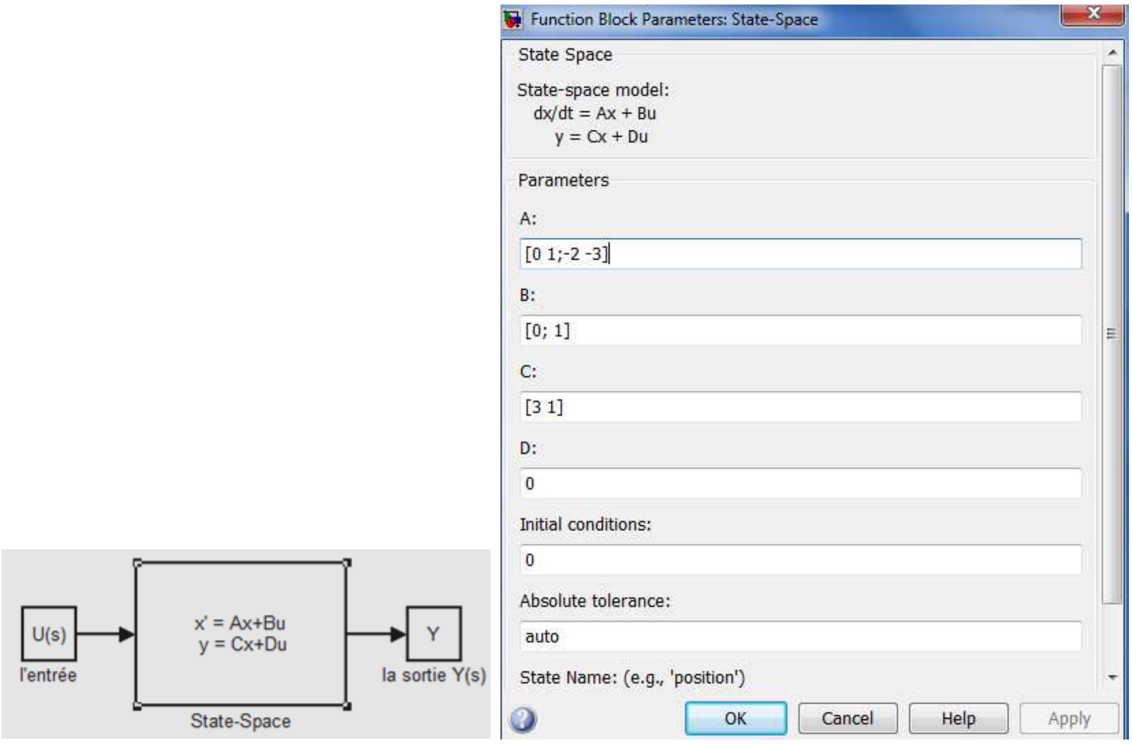


Figure Le schéma de la forme commandable