Exercice sur les signaux, énergie et puissance

Exercice 1:

Tracer les signaux suivants:

$X1(t)=2rect(t)$
$X2(t)=2rect(-t)$
$X3(t)=2rect((t-1)/2)$
$X4(t)=2rect((t+1)/2)$
$X5(t)=AU(t)$
$X6(t)=-AU(-t)$
$X7(t)=-AU(t-2)$
$X8(t)=tri(t/T)$
$X9(t)=2tri((t-1)/2)$

Exercice 2:

Calculer l'Energie et la puissance des signaux suivants : * $x_1(t) = U(t)$ * $x_2(t) = t\,U(t)$

* $x_3(t) = A\,\mathrm{rect}(t/T)$

* $x_4(t) = A\,e^{-at}\,U(t)$; $a>0$

Solution de l'exercice N°03

1) $E_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} |u(t)|^2 \, dt = \int_{0}^{1} |1|^2 dt = t \Big|_{0}^{+\infty} = +\infty$

donc c'est un signal à Energie Infinie

$P_1 = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} |u(t)|^2 dt = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \{ t \Big|_{0}^{T/2}$

$= \lim_{T \to \infty} \frac{1}{\cancel{T}} \cdot \frac{\cancel{T}}{2} = \frac{1}{2}$ donc c'est un signal à Puissance finie

(2) $$E_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |t\,u(t)|^2\,dt = \int_0^{+\infty} t^2\,dt = \frac{t^3}{3}\Big|_0^{+\infty} = +\infty$$

signal à Energie Infinie

$$P_2 = \lim_{T \to +\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} |t\,u(t)|^2\,dt = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^{T/2} t^2\,dt$$

$$= \lim_{T \to +\infty} \frac{1}{T} \left[\frac{t^3}{3}\right]_0^{T/2} = \lim_{T \to +\infty} \frac{1}{T}\left[\frac{T^3}{24}\right] = \lim_{T \to +\infty} \frac{T^2}{24} = +\infty$$

Signal à puissance Infinie

3 $x_3(t) = A\,\mathrm{rect}\left(\frac{t}{T}\right)$

$$E_3 = \int_{-\infty}^{+\infty} \left|A\,\mathrm{rect}(t/T)\right|^2 dt = A^2 \int_{-T/2}^{+T/2} \left|\mathrm{rect}(t/T)\right|^2 dt$$

$$= A^2 \Big[t \Big]_{-T/2}^{+T/2} = A^2 (T) = A^2 T$$

Signal à énergie finie

④ $x_4(t) = A e^{-at} U(t)$ $\quad a>0$

$$E_4 = \int_{-\infty}^{+\infty} \left| A\, U(t)\, e^{-at} \right|^2 dt \qquad U(t)>0 \quad e^{-at}>0$$

$$= \int_0^{+\infty} A^2 e^{-2at}\, dt = A^2 \left[\frac{-1}{2a} e^{-2at} \right]_0^{+\infty} = \frac{A^2}{2a}$$

Signal à Energie finie