2. 1. Scalar quantities and vector quantities المقادير السلمية و المقادير الشعاعية

Physical quantities are divided into two groups:
- Scalar quantity such as: mass (m), time (t), energy (E), ...
- Vector quantity such as: velocity ($\vec{v}$), force ($\vec{F}$),...

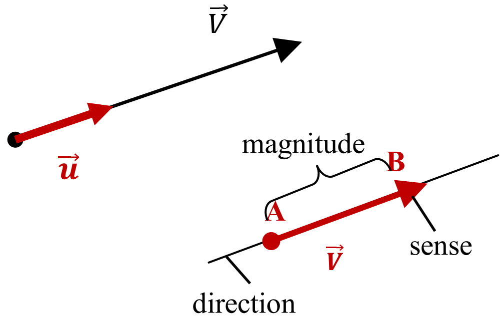
تنقسم المقادير الفيزيائية إلى مجموعتين:
-المقدار السلمي مثل الكتلة (m)، الزمن (t)، الطاقة (E)...
-المقدار الشعاعي أو الاتجاهي مثل السرعة ($\vec{v}$) ، القوة ($\vec{F}$)....

2.2. Vectors الأشعة

2.2.1. Definition: تعريف

A vector is a line segment AB, having an origin A and an end B. We denote it by $\overrightarrow{AB}$, characterized by:
- Its direction
- Its sense
- Its magnitude noted $\|\overrightarrow{AB}\|$

Note: A vector can be designated by a single letter: $\overrightarrow{AB} = \vec{V}$.



الشعاع هو قطعة مستقيمة AB، مبدؤها A ونهايتها B نرمز إليها بالرمز $\overrightarrow{AB}$، وتتميز ب:
-اتجاهها
-منحاها
-طويلتها و تكتب $\|\overrightarrow{AB}\|$
ملاحظة: يمكن تسمية الشعاع بحرف واحد $\overrightarrow{AB} = \vec{V}$.

2.2.2. Unit vector شعاع الوحدة

A vector is unitary when its module is equal to unity (1).
If $\vec{u}$ is a unit vector carried by a vector $\vec{V}$ then:

يكون الشعاع شعاع وحدة عندما تكون طويلته مساوية للوحدة (1)
إذا كان $\vec{u}$ شعاع وحدة محمول على الشعاع $\vec{V}$ فإن:

$$\vec{V} = \|\vec{V}\|.\vec{u} \Rightarrow \vec{u} = \frac{\vec{V}}{\|\vec{V}\|}$$

We also have $\|\vec{u}\| = 1$

2.3. Vector operations

Let $\vec{V_1}, \vec{V_2}, \vec{V_3}$, be three vectors, *a, b and c* real numbers

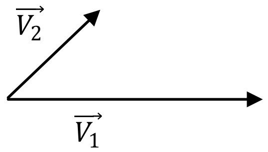
ليكن $\vec{V_1}, \vec{V_2}, \vec{V_3}$ ، ثلاثة أشعة، a، b، c أعداد حقيقية

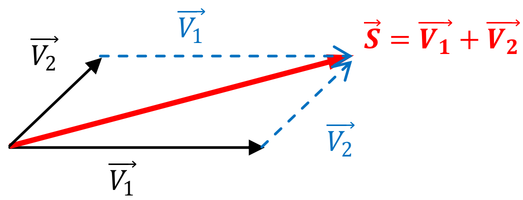
2.3.1. The sum (addition) of the vectors جمع الأشعة

The sum of two vectors $\vec{V_1}$and $\vec{V_2}$ is another vector $\vec{S}$, with $\vec{S} = \vec{V_1} + \vec{V_2}$
Graphically, we can find the resulting vector $\vec{S}$ by the parallelogram rule.

مجموع الشعاعين $\vec{V_1}$ و $\vec{V_2}$ هو شعاع آخر $\vec{S}$ ، حيث $\vec{S} = \vec{V_1} + \vec{V_2}$

بيانياً، يمكننا إيجاد الشعاع الناتج $\vec{S}$ بواسطة قاعدة متوازي الأضلاع.





The sum of n vectors: $\vec{V_1}, \vec{V_2}, \vec{V_3}, \ldots\ \vec{V_n}$. is a vector $\vec{S}$ such that: $\vec{S} = \vec{V_1} + \vec{V_2} + \vec{V_3} + \cdots \vec{V_n}$

مجموع n شعاع $\vec{V_1}$ ، $\vec{V_2}$ .... $\vec{V_n}$ هو شعاع $\vec{S}$، حيث $\vec{S} = \vec{V_1} + \vec{V_2} + \vec{V_3} + \cdots \vec{V_n}$

Properties: الخواص

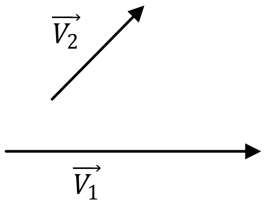
* Commutativity (تبديلي): $\vec{S} = \vec{V_1} + \vec{V_2} = \vec{V_2} + \vec{V_1}$
* Associativity (تجميعي): $(\vec{V_1} + \vec{V_2}) + \vec{V_3} = \vec{V_1} + (\vec{V_2} + \vec{V_3})$.
* Distributivity (توزيعي) : $(a+b).\ \vec{V_1} = a.\ \vec{V_1} + b.\ \vec{V_1}$ and $a.(\vec{V_1} + \vec{V_2}) = a.\ \vec{V_1} + a.\ \vec{V_2}$
* The sum of a vector $\vec{V_1}$ and its opposite (- $\vec{V_1}$) is zero: $\vec{V_1} + (-\vec{V_1}) = \vec{0}$

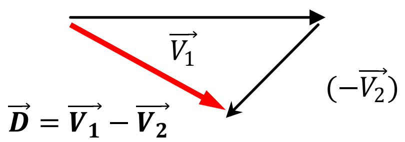
2.3.2. Vectors subtraction طرح الأشعة

The difference of two vectors $\vec{V_1}$ and $\vec{V_2}$ is a vector $\vec{D}$, with $\vec{D} = \vec{V_1} - \vec{V_2} = \vec{V_1} + (-\vec{V_2})$
Graphically, we can find the resulting vector $\vec{D}$ by the parallelogram rule.

الفرق بين اشعاعين $\vec{V_1}$ و $\vec{V_2}$ هو الشعاع $\vec{D}$ حيث $\vec{D} = \vec{V_1} - \vec{V_2} = \vec{V_1} + (-\vec{V_2})$

بيانياً، يمكننا إيجاد الشعاع الناتج $\vec{D}$ بواسطة قاعدة متوازي الأضلاع.





Note: $\vec{V_1} - \vec{V_2} \neq \vec{V_2} - \vec{V_1}$, therefore the difference of the vectors is non-commutative.

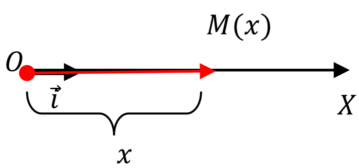
ملاحظة: $\vec{V_1} - \vec{V_2} \neq \vec{V_2} - \vec{V_1}$، و بالتالي فإن طرح الأشعةغير تبادلي.

2.3.3. Components of a vector مركبات شعاع

To determine the components of a vector, it is necessary to choose a reference frame (coordinate system) which is a set of non-collinear unit vectors called basis. We have three types of references frame:

لتحديد مكونات شعاع، من الضروري اختيار معلم أو مرجع (نظام إحداثيات) و هو عبارة عن مجموعة من أشعة الوحدة غير الخطية تسمى القاعدة. لدينا ثلاثة أنواع من المعالم

a- Linear reference frame: المعلم الخطي

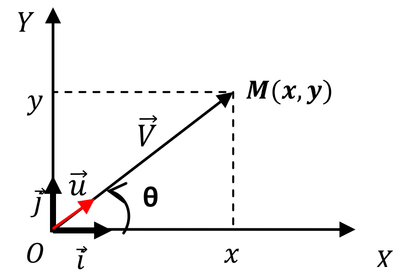


It is composed of a single axis Ox, provided with a unit vector $\vec{i}$ positively oriented. The coordinate (x) of point M is defined by:
$\vec{OM} = x\vec{i}$
(x) is also called the component of the vector $\vec{OM}$.

وهو يتألف من محور واحد Ox ، مزود بشعاع وحدة $\vec{\imath}$ موجه في الاتجاه الموجب. يتم تعريف الإحداثيات (x) للنقطة M بواسطة: $\overrightarrow{OM} = x\vec{\imath}$. (x) يُسمى أيضًا مركبة الشعاع $\overrightarrow{OM}$.

b- a planar (two-dimensional) orthogonal reference frame: المعلم المستوي

It is composed of two orthogonal axes of the plane, OX and OY, provided with unit vectors $\vec{\imath}$ *and* $\vec{\jmath}$ positively oriented.
The position of a point M is characterized by the vector $\vec{V} = \overrightarrow{OM}$.



و يتكون من محورين متعامدين للمستوى، OX و OY،
مزودة بشعاعي الوحدة i و j ذات الاتجاه الموجب.
يتميز موضع النقطة M بالمتجه $\vec{V} = \overrightarrow{OM}$

Let x and y be the projections of M onto the OX and OY axes, respectively. So we have:
لتكن x و y مسقطي النقطة M على المحورين Ox و Oy على الترتيب

$$\vec{V} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x = \|\vec{V}\| cos\theta \\ y = \|\vec{V}\| sin\theta \end{cases} \Rightarrow \vec{V} = \|\vec{V}\| \underbrace{(cos\theta.\vec{\imath} + sin\theta.\vec{\jmath})}_{\vec{u}}$$

$\vec{u}$ is the unit vector of the vector $\vec{V}$ شعاع الوحدة للشعاع $\vec{u}$

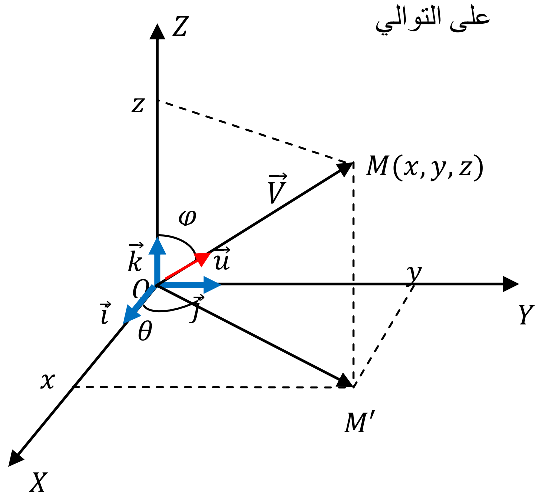
(x,y) is called the components of the vector $\vec{V}$ or the cartesian coordinates of the point M in the plane (OXY)

تسمى (x,y) مركبات الشعاع $\vec{V}$ أو الإحداثيات الديكارتية للنقطة M في المستوى (OXY)

c- an orthonormal reference in space: معلم متعامد متجانس في الفضاء

It is composed of three orthogonal axes, *OX, OY* and *OZ*, provided with unit vectors $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$ *and* $\vec{k}$ positively oriented. The position of a point M in space is characterized by the vector $\vec{V} = \overrightarrow{OM}$. Let *x*, y and z be the projections of M onto the axes *OX, OY* and *OZ*, respectively. So we have:

وهو يتألف من ثلاثة محاور متعامدة، OX و OY و OZ، مزودة بأشعة الوحدة i و j و k ذات الاتجاه الموجب. يتميز موضع النقطة M في الفضاء بالشعاع $\vec{V} = \overrightarrow{OM}$ ولتكن x و y وz هي إسقاطات M على المحاور OX و OY و OZ على التوالي



$$\vec{V} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$$

$$\begin{cases} x = \left\|\overrightarrow{OM'}\right\| cos\theta \\ y = \left\|\overrightarrow{OM'}\right\| sin\theta \Rightarrow \left\|\overrightarrow{OM'}\right\| = \|\vec{V}\|.sin\varphi \\ z = \|\vec{V}\| cos\varphi \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \|\vec{V}\| sin\varphi.cos\theta \\ y = \|\vec{V}\| sin\varphi.sin\theta \\ z = \|\vec{V}\| cos\varphi \end{cases}$$

$$\vec{V} = \|\vec{V}\|.\vec{u}$$

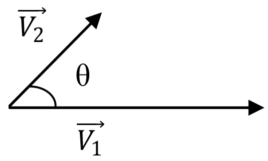
$\vec{u} = sin\varphi.cos\theta.\vec{\imath} + sin\varphi.sin\theta.\vec{\jmath} + cos\varphi.\vec{k}$

(x,y,z) is called the components of the vector $\overrightarrow{OM}$or the cartesian coordinates of the point M in the orthonormal reference frame (OXYZ).

تسمى (x,y,z) مركبات الشعاع $\overrightarrow{OM}$ أو الإحداثيات الديكارتية للنقطة M في المعلم المتعامد المتجانس.(OXYZ)

2.3.4. Magnitude (norm) of a vector طويلة شعاع

$\|\vec{V}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = V$



2.3.5. Scalar (dot) product الجداء (الضرب) السلمي

$\vec{V_1}.\vec{V_2} = \|\vec{V_1}\|.\|\vec{V_2}\|.cos\theta$

Where θ is the angle (زاوية) between the two vectors $\vec{V_1}$and $\vec{V_2}$

Θ هي الزاوية المحصورة بين الشعاعين $\vec{V_1}$ و $\vec{V_2}$

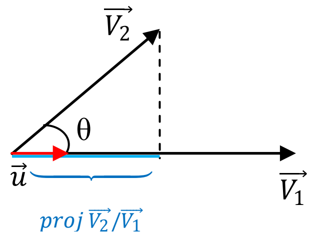
a) Properties الخواص

- $\vec{V_1}.\vec{V_2} = \vec{V_2}.\vec{V_1}$
- $\vec{V_1}.(\vec{V_2} + \vec{V_3}) = \vec{V_1}.\vec{V_2} + \vec{V_1}.\vec{V_3}$
- $(\vec{V_1} \pm \vec{V_2})^2 = {V_1}^2 + {V_2}^2 \pm 2V_1V_2cos\theta$
- If $\theta = \frac{\pi}{2}$, their scalar product is zero: $\vec{V_1} \perp \vec{V_2} \Rightarrow \vec{V_1}.\vec{V_2} = 0$
- $\vec{\imath}.\vec{\imath} = \vec{\jmath}.\vec{\jmath} = \vec{k}.\vec{k} = 1$
- $\vec{\imath}.\vec{\jmath} = \vec{\jmath}.\vec{k} = \vec{\imath}.\vec{k} = 0$
- If we know the compounds of two vectors in an orthonormal basis, the scalar product will be expressed only in terms of these compounds:

إذا عرفنا مركبات الشعاعين في القاعدة المتعامدة و المتجانسة، فسيتم التعبير عن الجداء السلمي فقط بدلالة المركبات:

$\vec{V_1}\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}$ and $\vec{V_2}\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{V_1}.\vec{V_2} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$

b) Projection of the vector: مسقط شعاع



The projection of the vector $\vec{V_2}$ onto $\vec{V_1}$ is given by the following relation:

مسقط الشعاع $\vec{V_2}$على $\vec{V_1}$ يُعطى بالعلاقة التالية:

$proj\ \vec{V_2}/\vec{V_1} = \|\vec{V_2}\|.cos\theta$

$\vec{u}.\vec{V_2} = \|\vec{u}\|.\|\vec{V_2}\|.cos\theta = \|\vec{u}\|.proj\ \vec{V_2}/\vec{V_1}$

$\vec{u}$ is the unit vector of the vector $\vec{V_1} \Rightarrow \|\vec{u}\| = \frac{\vec{V_1}}{\|\vec{V_1}\|} = 1$

$\Rightarrow proj\ \vec{V_2}/\vec{V_1} = \frac{\vec{V_1}.\vec{V_2}}{V_1}$

c) Vector projection of vector: شعاع مسقط شعاع

The vector projection of vector $\vec{V_2}$ onto $\vec{V_1}$ is a vector defined by:

شعاع مسقط الشعاع $\vec{V_2}$ على $\vec{V_1}$ فهو شعاع معرف بـ:

$$\frac{\overrightarrow{proj}\ \overrightarrow{V_2}}{\overrightarrow{V_1}} = proj\frac{\overrightarrow{V_2}}{\overrightarrow{V_1}}.\vec{u} = \frac{\overrightarrow{V_1}.\overrightarrow{V_2}}{V_1}.\vec{u} = \frac{\left(\overrightarrow{V_1}.\overrightarrow{V_2}\right)}{V_1}.\frac{\overrightarrow{V_1}}{V_1} = \frac{\overrightarrow{V_1}.\left(\overrightarrow{V_1}.\overrightarrow{V_2}\right)}{{V_1}^2}$$

2.3.6. vector (cross) product الجداء (الضرب) الشعاعي

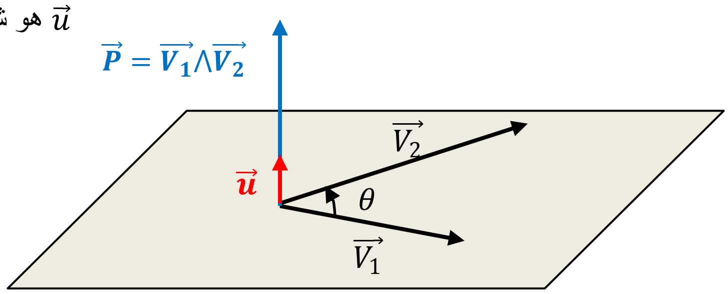
The cross product of two vectors $\overrightarrow{V_1}$ and $\overrightarrow{V_2}$ is another vector $\vec{P}$ perpendicular to the plane which formed by two vectors, it's direction is found by using the right-hand rule .

الضرب أو الجداء الشعاعي لشعاعين $\overrightarrow{V_1}$ و $\overrightarrow{V_2}$ هو شعاع آخر $\vec{P}$ عمودي على المستوى الذي يتكون من الشعاعين، ويتم إيجاد اتجاهه باستخدام قاعدة اليد اليمنى.

$$\vec{P} = \overrightarrow{V_1}\wedge\overrightarrow{V_2} = \|\overrightarrow{V_1}\|.\|\overrightarrow{V_2}\|.sin\theta.\vec{u}$$

Where $\vec{u}$ is the unit vector perpendicular to plane formed by $\overrightarrow{V_1}$ and $\overrightarrow{V_2}$.

$\vec{u}$ هو شعاع الوحدة العمودي على المستوى المكون من $\overrightarrow{V_2}$ و $\overrightarrow{V_1}$



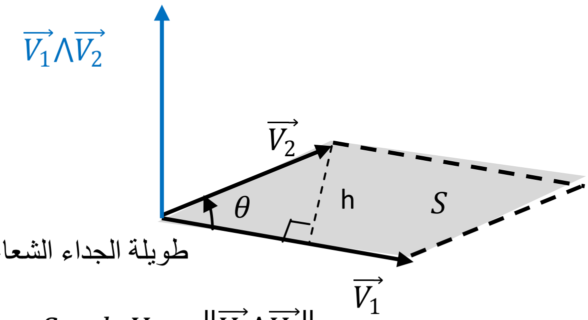
a) Properties

- $\|\vec{P}\| = \|\overrightarrow{V_1}\wedge\overrightarrow{V_2}\| = \|\overrightarrow{V_1}\|.\|\overrightarrow{V_2}\|.|sin\theta|$
- $\overrightarrow{V_1}\wedge\overrightarrow{V_2} = -\left(\overrightarrow{V_2}\wedge\overrightarrow{V_1}\right)$
- $\overrightarrow{V_1}\wedge\left(\overrightarrow{V_2}\pm\overrightarrow{V_3}\right) = \overrightarrow{V_1}\wedge\overrightarrow{V_2}\pm\overrightarrow{V_1}\wedge\overrightarrow{V_3}$
- $\overrightarrow{V_1}\wedge\overrightarrow{V_2} = \vec{0}\Rightarrow\overrightarrow{V_1}\ //\ \overrightarrow{V_2}$
- $\vec{\imath}\wedge\vec{\imath} = \vec{\jmath}\wedge\vec{\jmath} = \vec{k}\wedge\vec{k} = \vec{0}$ And $\vec{\imath}\wedge\vec{\jmath} = \vec{k},\ \vec{\jmath}\wedge\vec{k} = \vec{\imath},\ \vec{k}\wedge\vec{\imath} = \vec{\jmath}$
- The cross product can be calculated by the determinant method based on the compounds

of $\overrightarrow{V_1}\begin{pmatrix}x_1\\y_1\\z_1\end{pmatrix}$ and $\overrightarrow{V_2}\begin{pmatrix}x_1\\y_1\\z_1\end{pmatrix}$:

$$\overrightarrow{V_1}\wedge\overrightarrow{V_2} = \begin{vmatrix}\vec{\imath} & -\vec{\jmath} & \vec{k}\\ x_1 & y_1 & z_1\\ x_2 & y_2 & z_2\end{vmatrix} = (y_1z_2 - z_1y_2).\vec{\imath} - (x_1z_2 - z_1x_2).\vec{\jmath} + (x_1y_2 - y_1x_2).\vec{k}$$

b) Magnitude of the cross product طويلة الجداء الشعاعي



The magnitude of the cross product of two vectors represents the area of a parallelogram formed by these two vectors:

طويلة الجداء الشعاعي لشعاعين تمثل مساحة متوازي الأضلاع المتشكلة من هذين الشعاعين:

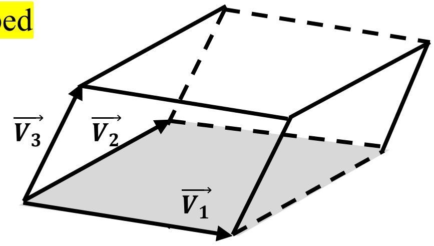
$$\|\overrightarrow{V_1}\wedge\overrightarrow{V_2}\| = \|\overrightarrow{V_1}\|.\|\overrightarrow{V_2}\|.|sin\theta| \quad \text{and} \quad h = V_2.|sin\theta| \Rightarrow S = h.V_1 = \|\overrightarrow{V_1}\wedge\overrightarrow{V_2}\|$$

2.3.7. Mixed product الجداء المختلط

The mixed product of three vectors $\overrightarrow{V_1}, \overrightarrow{V_2}$ *and* $\overrightarrow{V_3}$ is the scalar quantity defined by

الجداء أو الضرب المختلط لـ 3 أشعة $\overrightarrow{V_1}$ و $\overrightarrow{V_2}$ و $\overrightarrow{V_3}$ هو قيمة سلمية (عددية) معرفة بــ:

$$\overrightarrow{V_1}.\left(\overrightarrow{V_2}\wedge\overrightarrow{V_3}\right) = \begin{vmatrix}x_1 & -y_1 & z_1\\ x_2 & y_2 & z_2\\ x_3 & y_3 & z_3\end{vmatrix} = (y_2z_3 - z_2y_3)x_1 - (x_2z_3 - z_2x_3)y_1 + (x_2y_3 - y_2x_3)z_1$$



Note : The value obtained from the mixed product of the three vectors is equal to the volume of the parallelepiped formed by these three vectors.

ملاحظة: القيمة المتحصل عليها من الضرب المختلط للأشعة الثلاث يساوي حجم متوازي السطوح المشكل من هذه الأشعة الثلاث.

Properties:

- $\vec{V_1}.(\vec{V_2} \wedge \vec{V_3}) = \vec{V_3}.(\vec{V_1} \wedge \vec{V_2}) = \vec{V_2}.(\vec{V_3} \wedge \vec{V_1})$
- $\vec{V_1}.(\vec{V_2} \wedge \vec{V_3}) = 0 \Rightarrow$Either the three vectors are in the same plane or $\vec{V_2} \parallel \vec{V_3}$.

الأشعة الثلاث أما موجودين في نفس المستوي أو ان $\vec{V_2} \parallel \vec{V_3}$

I.3.8. Triple product: الجداء المضاعف

The triple product of three vectors $\vec{V_1}, \vec{V_2}$ *and* $\vec{V_3}$ is defined by the vector D or:

الجداء أو الضرب المضاعف لـ 3 أشعة $\vec{V_1}$ و $\vec{V_2}$ و $\vec{V_3}$ هو هو معرف بالشعاع D حيث:

$$\vec{D} = \vec{V_1} \wedge (\vec{V_2} \wedge \vec{V_3}) = (\vec{V_1}.\vec{V_3}).\vec{V_2} - (\vec{V_1}.\vec{V_2}).\vec{V_3}$$

2.4. Moment of a vector عزم شعاع

2. 4.1. Moment of a vector relative to a point عزم شعاع بالنسبة إلى نقطة

The moment of a vector $\vec{V_1}$, which passes through point A, relative to a point O is defined by the vector $\vec{\mathcal{M}}$ such that:

عزم الشعاع $\vec{V_1}$ الذي يمر بالنقطة A بالنسبة للنقطة O معرف *بالشعاع* $\vec{\mathcal{M}}$ كمايلي:

$$\vec{\mathcal{M}}_{\vec{V_1}/O} = \vec{OA} \wedge \vec{V_1}$$

2. 4.2. Moment of a vector relative to an axis عزم شعاع بالنسبة إلى محور

The moment of a vector $\vec{V_1}$, which passes through point A, relative to an axis(Δ) is given by the scalar product $\mathcal{M}$ such that:

عزم الشعاع $\vec{V_1}$ الذي يمر بالنقطة A بالنسبة للمحور (Δ) *معطى بالضرب السلمي* $\mathcal{M}$ كمايلي:

$$\mathcal{M}_{\vec{V_1}/(\Delta)} = \vec{\mathcal{M}}_{\vec{V_1}/O} = (\vec{OA} \wedge \vec{V_1}).\vec{u_\Delta}$$

$\vec{u_\Delta}$: the unit vector of the axis (Δ). $\vec{u_\Delta}$ هو شعاع الوحدة للمحور (Δ)

2.5. Vector derivatives مشتقات الأشعة

Let a vector $\vec{V}$ depend on time (t) (vector function):

ليكن الشعاع $\vec{V}$ يتغير مع الزمن (t) (دالة شعاعية):

$$\vec{V}(t) = x(t)\vec{\imath} + y(t)\vec{\jmath} + z(t)\vec{k}$$

The derivative of the vector $\vec{V}$ with respect to time is defined as follows:

مشتقة الشعاع $\vec{V}$ بالنسبة للزمن معرفة كمايلي:

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

❒ Properties خصائص

Consider two vector functions $\vec{A}(\mathrm{t})$ and $\vec{B}(\mathrm{t})$ and $f(t)$ a scalar function:

نفرض دالتين شعاعيتين $\vec{A}(\mathrm{t})$ و $\vec{B}(\mathrm{t})$ و دالة سلمية $f(t)$:

- $\frac{d}{dt}(\vec{A}+\vec{B}) = \frac{d\vec{A}}{dt} + \frac{d\vec{B}}{dt}$
- $\frac{d}{dt}(f.\vec{A}) = \frac{df}{dt} + f.\frac{d\vec{A}}{dt}$
- $\frac{d}{dt}(\vec{A}.\vec{B}) = \frac{d\vec{A}}{dt}.\vec{B} + \vec{A}.\frac{d\vec{B}}{dt}$
- $\frac{d}{dt}(\vec{A}\wedge\vec{B}) = \frac{d\vec{A}}{dt}\wedge\vec{B} + \vec{A}\wedge\frac{d\vec{B}}{dt}$

2.6. Vector analysis التحليل الشعاعي

2.6.1. "Nabla" operator المؤثر نبلا

The nabla operator $\vec{\nabla}$ is a vector quantity written in cartesian coordinates:

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$$

❒ "Gradient" operator مؤثر التدرج

Let *f(x, y, z)* be a scalar function. Gradient of *f* is given by the following vector:

$$\overrightarrow{grad}\, f = \vec{\nabla}f = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)\vec{k}$$

❒ "Divergence" operator مؤثر التباعد

Let it be $\vec{V} = V_x\vec{i} + V_y\vec{j} + V_z\vec{k}$ a vector function. We define $div\vec{V}$ as follows:

$$div\vec{V} = \vec{\nabla}.\vec{V} = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z}$$

❒ "Curl" operator مؤثر الدوران

Let it be $\vec{V} = V_x\vec{i} + V_y\vec{j} + V_z\vec{k}$ a vector function. We define $\overrightarrow{rot}(\vec{V})$ as follows:

$$\overrightarrow{rot}(\vec{V}) = \vec{\nabla}\wedge\vec{V} = \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z}\right)\vec{i} - \left(\frac{\partial V_z}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial z}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y}\right)\vec{k}$$

❒ "Laplacian" operator مؤثر لابلاسيان

- Laplacian of a scalar function is defined by the following relation:

  $$\vec{\nabla}^2.(f) = \vec{\nabla}.\vec{\nabla}(f) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

- Laplacian of a vector function is given by the following relation:

  $$\vec{\nabla}^2.(\vec{V}) = \vec{\nabla}.\vec{\nabla}(\vec{V}) = \frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2}\vec{i} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2}\vec{j} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2}\vec{k}$$