

CHAPITRE 3

MÉTHODES DE RÉOLUTION EN OPTIMISATION COMBINATOIRE

Sommaire

1	Classification des méthodes de résolution	21
1.1	Méthodes exactes	21
1.2	Méthodes approchées	22
2	Notions d'heuristique	22
2.1	Définition d'une heuristique	22
2.2	Métaheuristique	22
2.3	Intensification et diversification	23
3	Paradigmes des méthodes approchées	23

Introduction

Face à un problème d'optimisation combinatoire donné, la question à laquelle on doit répondre est la résolution du problème. Ce dernier possède généralement un nombre énorme de solutions réalisables. La résolution la plus évidente est de lister toutes les combinaisons possibles afin de trouver celles qui sont valides et meilleures. On appelle ce type d'algorithme : **Algorithmes Exhaustifs**.

Ces algorithmes sont très gourmands en terme de complexité. Ils passent d'algorithmes polynomiaux à non-polynomiaux avec l'augmentation de la dimension du problème à traiter. Par exemple, si on veut résoudre le problème de voyageur de commerce, on se retrouve avec $n!$ combinaisons possibles. Alors chercher un chemin hamiltonien de 4 villes

donne $4! = 24$ combinaisons possibles, tandis que la résolution du même problème avec 10 villes nécessite $10! = 3,628,800$ combinaisons possibles.

1 Classification des méthodes de résolution

Les méthodes de l'optimisation combinatoire peuvent être classées en deux grandes familles de classes : les méthodes exactes et les méthodes approchées. La figure 3.1 illustre la taxonomie des méthodes de résolution des problèmes d'optimisation.

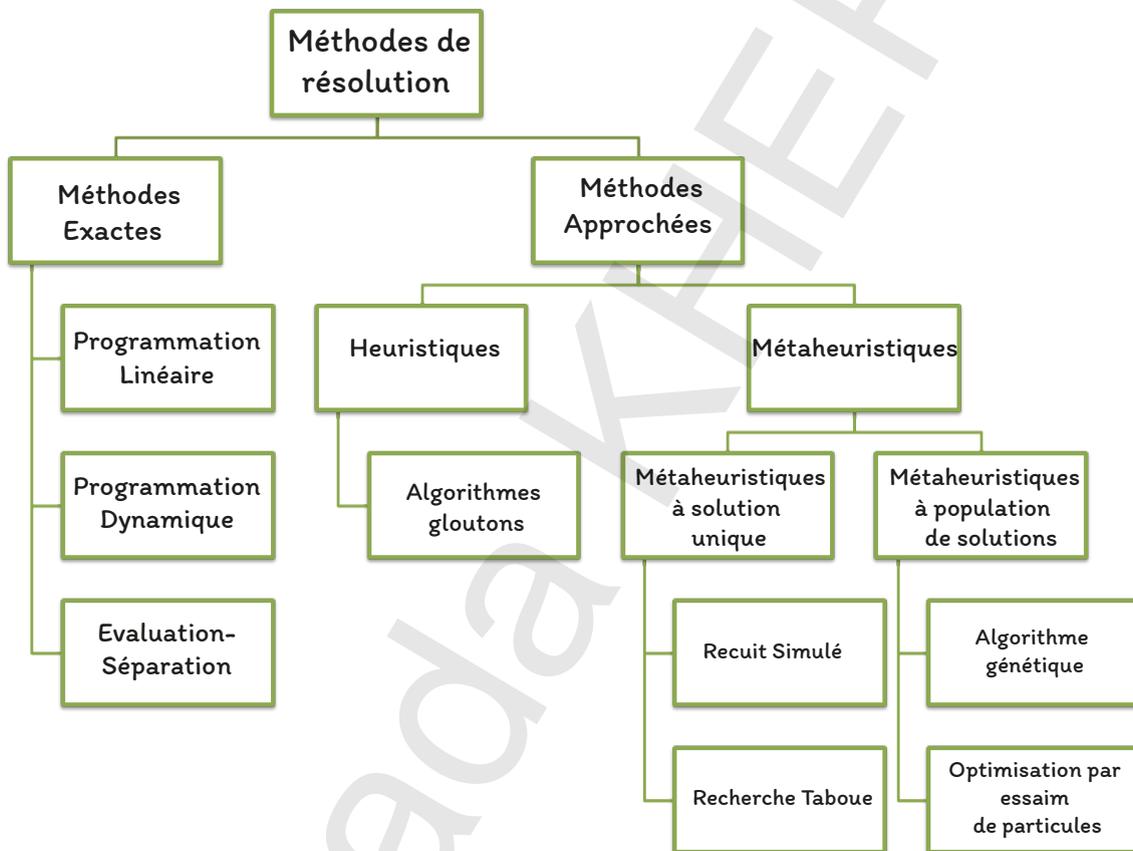


FIGURE 3.1 – Taxonomie des méthodes de résolution de problème d'optimisation

1.1 Méthodes exactes

Les méthodes exactes (appelées aussi complètes) produisent une solution optimale pour une instance de problème d'optimisation donné. Elles se reposent généralement sur la recherche arborescente et sur l'énumération partielle de l'espace de solutions.

Elles sont utilisées pour trouver au moins une solution optimale d'un problème. Les algorithmes exacts les plus connus sont la méthode de séparation et évaluation, la programmation dynamique, et la programmation linéaire,

L'inconvénient majeur de ses méthodes est l'explosion combinatoire : Le nombre de combinaisons augmente avec l'augmentation de la dimension du problème. L'efficacité de ces algorithmes n'est prometteuse que pour les instances de problèmes de petites tailles.

1.2 Méthodes approchées

Contrairement aux méthodes exactes, les méthodes approchées ne fournissent pas forcément une solution optimale, mais seulement une bonne solution (de qualité raisonnable) dans un temps raisonnable.

2 Notions d'heuristique

2.1 Définition d'une heuristique

Le mot heuristique, dérivé de la langue grec, vient du verbe heuriskein qui signifie **trouver**. Une heuristique est un algorithme qui permet de trouver dans un temps polynomial une solution réalisable, tenant en compte d'une fonction objectif, pas nécessairement optimale (approchée) ou exacte pour un problème d'optimisation difficile.

Ce type de méthodes traduit une stratégie (une manière de penser) en s'appuyant sur la connaissance du problème. Une heuristique est **spécifique** au problème et ne peut pas être généralisée.

2.2 Métaheuristique

Le mot métaheuristique est composé de deux mots grecs : méta et heuristique. Le mot méta est un suffixe signifiant *au-delà* c'est-à-dire *de niveau supérieur*.

Les métaheuristicues sont des méthodes généralement inspirées de la nature. Contrairement aux heuristiques, elles s'appliquent à plusieurs problèmes de nature différentes. Pour cela on peut dire qu'elles sont des heuristiques modernes, de plus haut niveau, dédiées particulièrement à la résolution des problèmes d'optimisation. Leur but est d'atteindre un optimum global tout en échappant les optima locaux.

Les métaheuristicues regroupent des méthodes qui peuvent se diviser en deux classes :

1. **Métaheuristicues à solution unique** : Ces méthodes traitent une seule solution à la fois, afin de trouver la solution optimale.
2. **Métaheuristicues à population de solutions** : Ces méthodes utilisent une population de solutions à chaque itération jusqu'à l'obtention de la solution globale.

2.3 Intensification et diversification

Les métaheuristiques se reposent sur la notion d'intensification et de diversification dans le but de tomber sur des nouvelles solutions. Le principe d'intensification et de diversification est un point critique pour les méthodes approchées afin d'éviter les optima locaux. Il consiste à trouver un compromis entre les deux définitions :

1. **Intensification** : L'intensification (exploitation) se concentre sur des régions trouvées à l'avance et considérées comme prometteuses en commençant la recherche dans les voisinages de leurs meilleures solutions. Une mémoire doit être utilisée pour implémenter cette stratégie.
2. **Diversification** : La diversification (exploration) guide la recherche vers de nouvelles régions dans l'espace de recherche, dans le but de détecter de nouvelles meilleures solutions. Elle peut utiliser l'historique de recherche ou simplement une recherche aléatoire.

3 Paradigmes des méthodes approchées

Les méthodes approchées regroupent les heuristiques et les métaheuristiques (à solution unique ou à population de solutions). Quatre paradigmes définissent quatre classes de méthodes (Figure 3.2) : la construction, la recherche locale, l'évolution et l'hybridation .

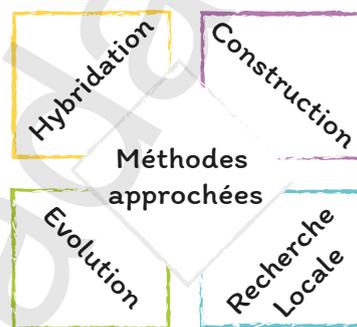


FIGURE 3.2 – Paradigmes des méthodes approchées

La Construction : Son principe est de construire une solution par une suite de choix partiels et définitifs (sans retour arrière) jusqu'à ce que la solution complète soit obtenue.

La Recherche locale : Elle démarre par solution initiale complète et construit une suite de solutions de meilleur coût. Le choix se fait dans un ensemble localement proche (dans un voisinage).

L'évolution : La solution optimale est trouvée à partir d'une population de solutions. Ces dernières évoluent par des opérateurs inspirés de la nature.

Hybridation Les méthodes hybrides profitent des avantages de plusieurs méthodes mélangeant entre les approches.

Dr. Nada KHERICI