TD : PRINCIPE D'EXTENSION DES ENSEMBLES FLOUS

Soit $f(x)$ une fonction du domaine X vers le domaine Y, et deux ensembles flous A et B définis sur X et Y respectivement :

$$\boldsymbol{A = \left\{ \mu_A(x_1)/_{x_1}, \mu_A(x_2)/_{x_2}, \mu_A(x_3)/_{x_3}, \dots \mu_A(x_n)/_{x_n} \right\}}$$

Si $f(x)$ est une fonction injective :

$$\boldsymbol{f(x) : x_i \to y_i = f(x_i), \quad tel\ que\ x_i \neq x_j \to y_i \neq y_j}$$

Alors l'ensemble flou B est défini par :

$$\boldsymbol{B = f(A) = \left\{ \mu_A(x_1)/_{f(x_1)}, \mu_A(x_2)/_{f(x_2)}, \mu_A(x_3)/_{f(x_3)}, \dots \mu_A(x_n)/_{f(x_n)} \right\}}$$

$$\boldsymbol{B = \left\{ \mu_A(x_1)/_{y_1}, \mu_A(x_2)/_{y_2}, \mu_A(x_3)/_{y_3}, \dots \mu_A(x_n)/_{y_n} \right\}}$$

Si $f(x)$ est surjective :

$$\exists\, \boldsymbol{x_i \to f(x_i), x_j \to f(x_j), \dots\dots, x_k \to f(x_k)\ \ où\ f(x_i) = f(x_j) = \cdots \dots = f(x_k)}$$

Alors B est défini par une fonction d'appartenance :

$$\boldsymbol{\mu_B(y) = max\left[\mu_A(x) : x \in f^{-1}(y),\ f^{-1}\ application\ inverse\ de\ f\right]}$$

Exercice. Calculer l'ensemble flou $B = f(A)$ $tel\ que\ l'ensemble flou\ est\ défini\ par$:

$$A = \left\{ 0.2/_{-1}, 0.4/_{-2}, 0.5/_{0}, 0.6/_{1}, 0.8/_{2}\, 0.2/_{3} \right\}$$

$$et\ \ la\ fonction\ f(x) = x^2\ \ où\ x \in A$$

Solution :

- On détermine d'abord les éléments de $l'ensemble\ flou\ B = f(A),\ y = f(x) = x^2$.
- Puis on affecte les degrés d'appartenance aux éléments de B ainsi trouvés en appliquant le principe d'extension floue.

$Ens. Flou\ A: x =$	-2	-1	0	1	2	3
$\mu_A(x)$	0.4	0.2	0.5	0.6	0.8	0.2
$y \in B \quad, y = x^2$	$(-2)^2 = \mathbf{4}$	$(-1)^2 = \mathbf{1}$	$(0)^2 = \mathbf{0}$	$(1)^2 = \mathbf{1}$	$(2)^2 = \mathbf{4}$	$(3)^2 = \mathbf{9}$

$Ens. Flou\ B: y =$	0	1	4	9
$\mu_B(y) =$	$\mu_A(0) = \mathbf{0.5}$	$max\{\mu_A(-1), \mu_A(1)\} = max\{0.2, 0.6\} = \mathbf{0.6}$	$max\{\mu_A(-2), \mu_A(2)\} = max\{0.4, 0.8\} = \mathbf{0.8}$	$\mu_A(3) = \mathbf{0.2}$