Operations sur les Ensembles Flous

Exercice 1. Si on considère $non(\mu(.)) = 1 - \mu(.)$ l'opérateur qui définit le complément $\bar{A}$ d'un ensemble flou A , montrer que $\overline{(A \cap B)} = \bar{A} \cup \bar{B}$ et $\overline{(A \cup B)} = \bar{A} \cap \bar{B}$ en utilisant les opérateurs de Lukasiewicz ou probabilistes.

On donne les définitions de ces opérateurs par le tableau suivant :

	Operateur de Lukasiewicz	Operateur du Produit
T-norme (intersection)	$\max(\mu_A() + \mu_B() - 1{,}0)$	$\mu_A() \times \mu_B()$
S-norme (union)	$\min(\mu_A() + \mu_B(), 1)$	$\mu_A() + \mu_B() - \mu_A() \times \mu_B()$

Exercice 2. Soient les ensembles flous F, G, et H définis sur l'intervalle $U = [0,\ 10]$ par les fonctions d'appartenance respectives suivantes :

$$\mu_F(x) = \frac{x}{x+2}\ ;\quad \mu_G(x) = 2^{-x}\ ;\ et\ \ \mu_H(x) = \frac{1}{1+10(x-2)^2}$$

1- Déterminer les expressions mathématiques et les graphes des fonctions des degrés d'appartenance pour chacun des ensembles flous suivants :
   a. $\bar{F},\ \bar{G},\ \ et\ \bar{H}$
   b. $F \cup G$ $\ et\ F \cup H$
   c. $F \cap G$ $\ et\ G \cap H$
   d. $G \cap \bar{H}$ $\ et\ \overline{F \cup H}$

2- Trouver les $\alpha cuts$ des ensembles flous $F, G, et\ H\ pour\ les\ valeurs\ de\ \alpha\ suivantes$:
   a. $\alpha = 0.2$
   b. $\alpha = 0.5$
   c. $\alpha = 0.9$
   d. $\alpha = 1$

Projections des Ensembles Flous

Définitions

Soit $U \subseteq U_1 \times U_2$, produit des domaines$U_1 et\ U_2$, la projection vers le domaine U_1d'un ensemble flou A défini sur U est un ensemble flou, noté $proj_{U_1}(A)$, caractérisée par :

$$\boldsymbol{proj_{U_1}(A) = \left\{\underbrace{Sup}_{U_2}\ \mu_A(u)/u_1\,, \qquad u_1 \in U_1\ et\ \ u \in U\right\}}$$

De même on a aussi :

$$\boldsymbol{proj_{U_2}(A) = \left\{\underbrace{Sup}_{U_1}\ \mu_A(u)/u_2\,, \qquad u_2 \in U_2\ et\ \ u \in U\right\}}$$

Dans le cas d'une relation floue $R_{X\times Y}(x,y)$, on définit les projections par :

$$1^{ere}\ projection\ :\quad proj_1R = R_1 = \left\{x, \underbrace{max}_{y}\ \mu(x,y)\quad ,avec\ (x,y)\in X\times Y\right\}$$

$$2^{eme}\ projection\ :\quad proj_2R = R_2 = \left\{y, \underbrace{max}_{x}\ \mu(x,y)\quad ,avec\ (x,y)\in X\times Y\right\}$$

Exemple

X		Y	
		y_1	y_2
		1	2
x_1	1	1.0	1.0
x_2	2	0.43	1.0
x_3	3	0.16	0.43

1.0
1.0
0.43

X-projection

1.0	1.0

Y-projection

Extension Cylindrique

1.0
1.0
0.43

X-projection

1.0	1.0
1.0	1.0
0.43	0.43

Extension cylindrique à partir de X-projection

Y-projection

1.0	1.0

1.0	1.0
1.0	1.0
1.0	1.0

Extension cylindrique à partir d'Y-projection

Exercice 3. Soit un ensemble flou A défini sur le domaine de référence $U \subset X\times Y\times Z$ sachant que $X=\{x_1,x_2\}$, $Y=\{y_1,y_2\}$, et $Z=\{z_1,z_2\}$ avec

$$A=\{\mu_1/(x_1,y_1,z_1)\,,\mu_2/(x_1,y_2,z_1)\,,\mu_3/(x_2,y_1,z_1),\mu_4/(x_2,y_2,z_1),\ \mu_5/(x_2,y_2,z_2)\}$$

Déterminer les projections de $A\ sur\ X, Y, et\ X\times Y$