

### Operations sur les Ensembles Flous

**Exercice 1.** Si on considère  $non(\mu(.)) = 1 - \mu(.)$  l'opérateur qui définit le complément  $\bar{A}$  d'un ensemble flou  $A$ , montrer que  $\overline{(A \cap B)} = \bar{A} \cup \bar{B}$  et  $\overline{(A \cup B)} = \bar{A} \cap \bar{B}$  en utilisant les opérateurs de Lukasiewicz ou probabilistes.

On donne les définitions de ces opérateurs par le tableau suivant :

	Operateur de Lukasiewicz	Operateur du Produit
T-norme (intersection)	$\max(\mu_A() + \mu_B() - 1, 0)$	$\mu_A() \times \mu_B()$
S-norme (union)	$\min(\mu_A() + \mu_B(), 1)$	$\mu_A() + \mu_B() - \mu_A() \times \mu_B()$

**Exercice 2.** Soient les ensembles flous  $F$ ,  $G$ , et  $H$  définis sur l'intervalle  $U = [0, 10]$  par les fonctions d'appartenance respectives suivantes :

$$\mu_F(x) = \frac{x}{x+2} ; \quad \mu_G(x) = 2^{-x} ; \quad \text{et} \quad \mu_H(x) = \frac{1}{1+10(x-2)^2}$$

- 1- Déterminer les expressions mathématiques et les graphes des fonctions des degrés d'appartenance pour chacun des ensembles flous suivants :
  - a.  $\bar{F}$ ,  $\bar{G}$ , et  $\bar{H}$
  - b.  $F \cup G$  et  $F \cup H$
  - c.  $F \cap G$  et  $G \cap H$
  - d.  $G \cap \bar{H}$  et  $\overline{F \cup H}$
- 2- Trouver les *acuts* des ensembles flous  $F$ ,  $G$ , et  $H$  pour les valeurs de  $\alpha$  suivantes:
  - a.  $\alpha = 0.2$
  - b.  $\alpha = 0.5$
  - c.  $\alpha = 0.9$
  - d.  $\alpha = 1$

### Projections des Ensembles Flous

#### Définitions

Soit  $U \subseteq U_1 \times U_2$ , produit des domaines  $U_1$  et  $U_2$ , la projection vers le domaine  $U_1$  d'un ensemble flou  $A$  défini sur  $U$  est un ensemble flou, noté  $proj_{U_1}(A)$ , caractérisée par :

$$proj_{U_1}(A) = \left\{ \underbrace{\text{Sup}}_{U_2} \mu_A(u)/u_1, \quad u_1 \in U_1 \text{ et } u \in U \right\}$$

De même on a aussi :

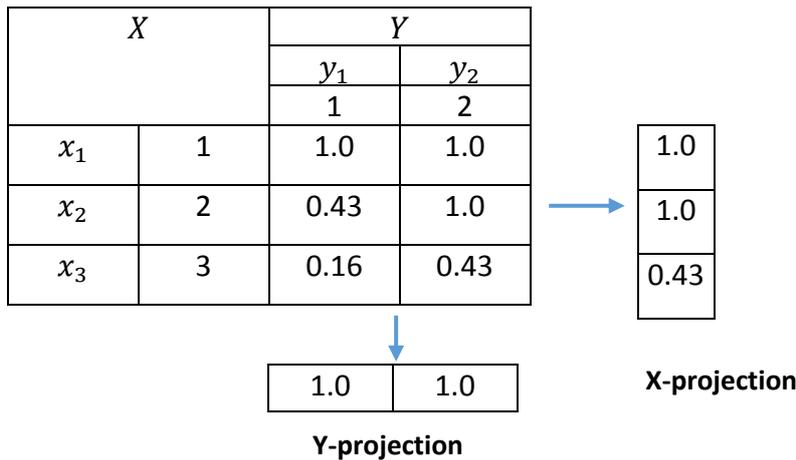
$$proj_{U_2}(A) = \left\{ \underbrace{\text{Sup}}_{U_1} \mu_A(u)/u_2, \quad u_2 \in U_2 \text{ et } u \in U \right\}$$

Dans le cas d'une relation floue  $R_{X \times Y}(x, y)$ , on définit les projections par :

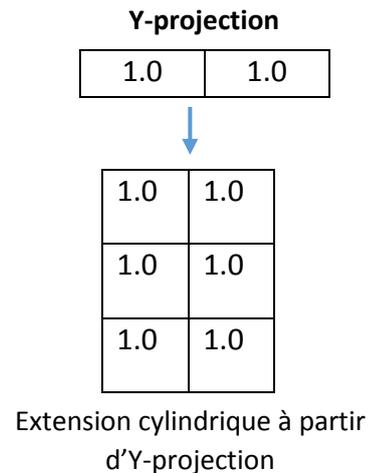
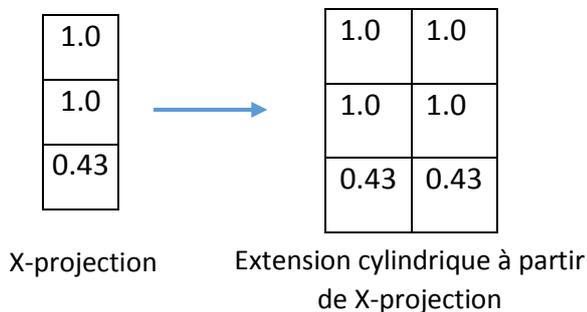
$$1^{ere} \text{ projection} : \text{proj}_1 R = R_1 = \left\{ x, \max_y \mu(x, y) \right\}, \text{ avec } (x, y) \in X \times Y$$

$$2^{eme} \text{ projection} : \text{proj}_2 R = R_2 = \left\{ y, \max_x \mu(x, y) \right\}, \text{ avec } (x, y) \in X \times Y$$

Exemple



**Extension Cylindrique**



**Exercice 3.** Soit un ensemble flou  $A$  défini sur le domaine de référence  $U \subset X \times Y \times Z$  sachant que  $X = \{x_1, x_2\}$ ,  $Y = \{y_1, y_2\}$ , et  $Z = \{z_1, z_2\}$  avec

$$A = \{\mu_1/(x_1, y_1, z_1), \mu_2/(x_1, y_2, z_1), \mu_3/(x_2, y_1, z_1), \mu_4/(x_2, y_2, z_1), \mu_5/(x_2, y_2, z_2)\}$$

Déterminer les projections de  $A$  sur  $X, Y$ , et  $X \times Y$