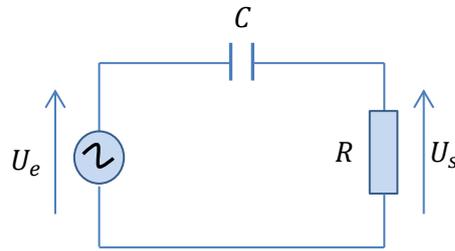


Exercice 3.1 Soit le filtre passif RC dont le schéma électrique est :

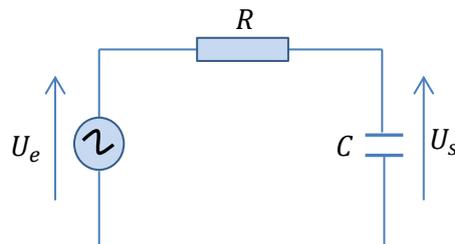


- Exprimer la fonction de transfert $G = U_s/U_e$ en fonction de R et C .
- Quel est le type et l'ordre de ce filtre ?
- Déterminer sa fréquence de coupure f_c en fonction de R et C .
- Calculer la valeur du condensateur ainsi que la valeur de la tension de sortie du filtre pour $f_c = 627 \text{ KHz}$, $R = 6.8 \text{ K}\Omega$ et $U_e = 2 \text{ V}$.

Exercice 3.2 a. Donner le schéma d'un filtre RL passe-haut du 1^{er} ordre.

- Exprimer sa fonction de transfert $G = \text{tension de sortie}/\text{tension d'entrée}$. Pour une résistance R de $10 \text{ k}\Omega$ et une fréquence de coupure f de 3.5 KHz , une tension de 1.6 V est mesurée à la sortie du filtre lorsqu'on applique un signal de 7 MHz à l'entrée du filtre.
- Calculer dans ce cas la valeur de la bobine ainsi que la valeur de la tension à l'entrée du filtre.
- Dessiner les diagrammes de Bode du gain et de phase pour ce filtre.

Exercice 3.3 soit le circuit suivant :



$$U_e = 10 \text{ V}$$

$$R = 1 \text{ k}\Omega$$

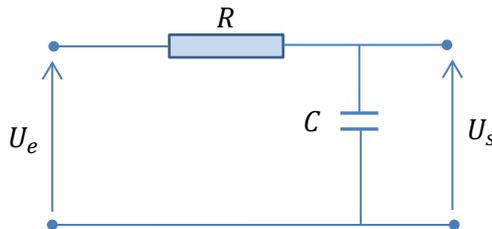
$$C = 20 \text{ nF}$$

- Quelle est la fréquence de coupure f_c du circuit ?
- Quel valent U_s , le gain G (dB) et le déphasage ϕ à la fréquence de coupure ?
- Trouver les valeurs de U_s , le gain G (dB) et la phase ϕ à $f_c/2$, $2 \times f_c$ et $10 \times f_c$.
- Tracer les diagrammes de Bode pour ce circuit.

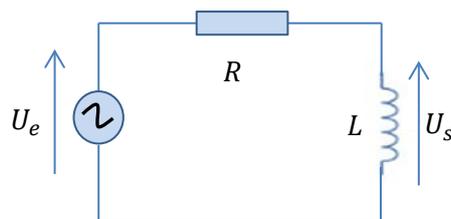
Filtres Passifs

Exercice 3.4 On applique un signal sinusoïdal d'amplitude $A = 5 V$ et de fréquence $f_m = 2 kHz$ à l'entrée d'un filtre passe-bas passif RC ayant pour valeurs des composants $R = 16 k\Omega$ et $C = 10 nF$.

- Calculer le module du gain et la valeur du déphasage à la fréquence f_m .
- En déduire le retard temporel du signal de sortie sur le signal d'entrée et tracer les deux signaux sur un même graphique. (Ci-dessous schéma du filtre)



Exercice 3.5 Pour le circuit suivant, on demande de :



$$U_e = 10 V$$

$$R = 10 k\Omega$$

$$L = 100 mH$$

- Calculer l'impédance totale Z_0 vue par la source alternative de fréquence $100 kHz$.
- Quelle est la fréquence de coupure du circuit ?
- Déterminer les valeurs de U_s , le gain G (dB) et le déphasage ϕ à la fréquence de coupure.
- Si on branche en parallèle avec L une charge de $4.7 k$:
 - Quelle seront la tension de sortie maximale U_s possible et la nouvelle fréquence de coupure ?
 - Calculer U_s , le gain G (dB) et le déphasage ϕ à cette nouvelle fréquence de coupure.

Exercice 3.6 on considère le filtre de réponse impulsionnelle $h(t) = e^{-t}u(t - 1)$.

- Trouver la transformée de Fourier de la sortie $y(j\omega)$ si on applique $x(t) = e^{-2t}u(t + 1)$ à l'entrée.
- Déterminer l'expression de la sortie $y(t)$ dans le domaine temporel.

Exercice 3.7 Soit un filtre RC décrit par l'équation différentielle suivante :

$$10 \frac{dy}{dt} + y(t) = x(t)$$

Donner l'expression du module et de la phase de la réponse fréquentielle du filtre $H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}$

Filtre passif passe-bas d'ordre 2

Les filtres passe-bas du second ordre ont une fonction de transfert de la forme suivante :

$$H(p) = \frac{1}{1 + 2\rho \frac{p}{\omega_0} + \left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2} \text{ ou } H(p) = \frac{H_0}{1 + 2\rho \frac{p}{\omega_0} + \left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2}$$

ω_0 : pulsation propre ; ρ : coefficient d'amortissement = $\frac{1}{2Q}$

Q : coefficient de qualité ou surtension ; ω_r : pulsation de résonance = $\omega_0 \sqrt{1 - 2\rho^2}$, $\rho < \frac{1}{\sqrt{2}}$

H_0 : gain statique. La réponse fréquentielle de tels filtres est donnée par :

$$H(p)|_{p=j\omega} = H(\omega) = \frac{H_0}{1 + j2\rho \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

$$\text{en module } H = |H(\omega)| = H(p) = \frac{H_0}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + 4\rho^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

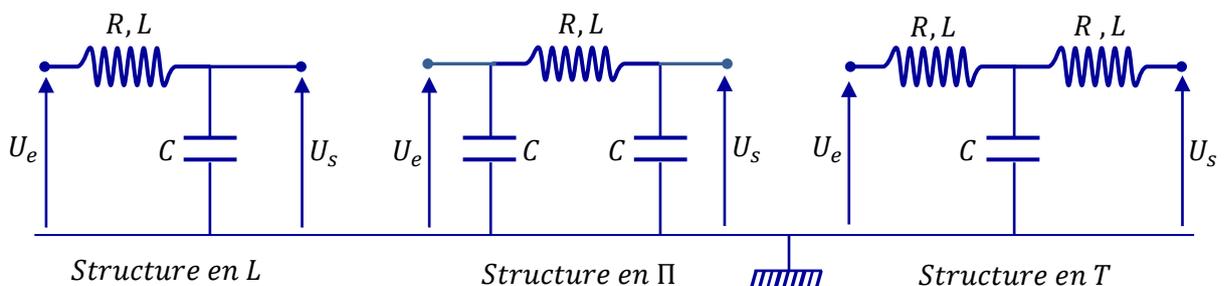
$$\text{ou } H_{dB} = 20 \log H_0 - 10 \log \left[\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + 4\rho^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 \right]$$

on remarque que si : $\omega \rightarrow 0$ alors $H_{dB} \rightarrow 20 \log H_0$ ou $H_{dB} \rightarrow 0$ si $H_0 = 1$

$\omega \rightarrow \infty$ alors H_{dB} varie comme $-40 \log \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \Rightarrow$ une chute de 12 dB/Octave.

$$\text{la phase } \phi(\omega) = \begin{cases} \arctg \frac{2\rho \frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} & \text{si } \omega < \omega_0 \\ \arctg \frac{2\rho \frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} + \pi & \text{si } \omega > \omega_0 \end{cases}$$

Différentes structures sont utilisées pour l'implantation de filtres passifs d'ordre 2, notamment :



Pour la structure en L, la fonction de transfert est :

$$H(\omega) = \frac{1/jc\omega}{1/jc\omega + R + jL\omega} = \frac{1}{1 + jRC\omega - LC\omega^2}$$

Par identification avec l'expression générale $H(p) = \frac{H_0}{1+2\rho\frac{p}{\omega_0}+(\frac{p}{\omega_0})^2}$ on en déduit que :

$$H_0 = 1, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{et} \quad \rho = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

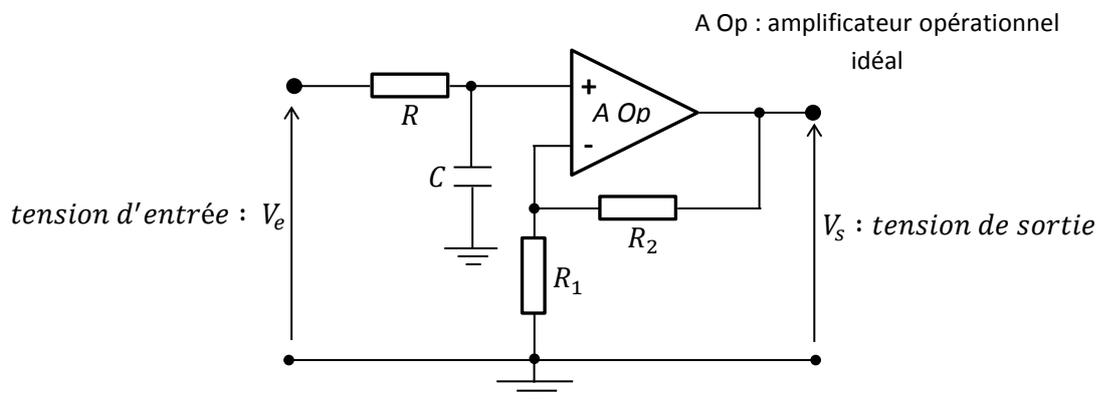
Exercice 3.7 si on prend $L = 50 \text{ mH}$, calculer R et C pour obtenir $f_0 = 1000 \text{ Hz}$ et $\rho = 0,5$.

On applique à l'entrée de ce filtre un signal $U_e = A_e \sin(2\pi f_e t)$ avec $A_e = 5 \text{ V}$ et $f_e = 2000 \text{ Hz}$.

Dessiner en fonction du temps et sur le même graphique le signal d'entrée $U_e(t)$ et le signal de sortie $U_s(t) = A_s \sin(2\pi f_e t + \phi(f_e))$.

Filtres Actifs

Exercice 3.8 On se donne le circuit d'un filtre actif à base d'amplificateur opérationnel suivant :

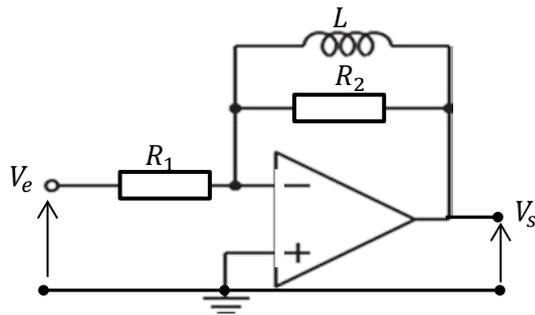


a. Ecrire l'amplitude de la fonction de transfert d'un tel filtre sous la forme suivante :

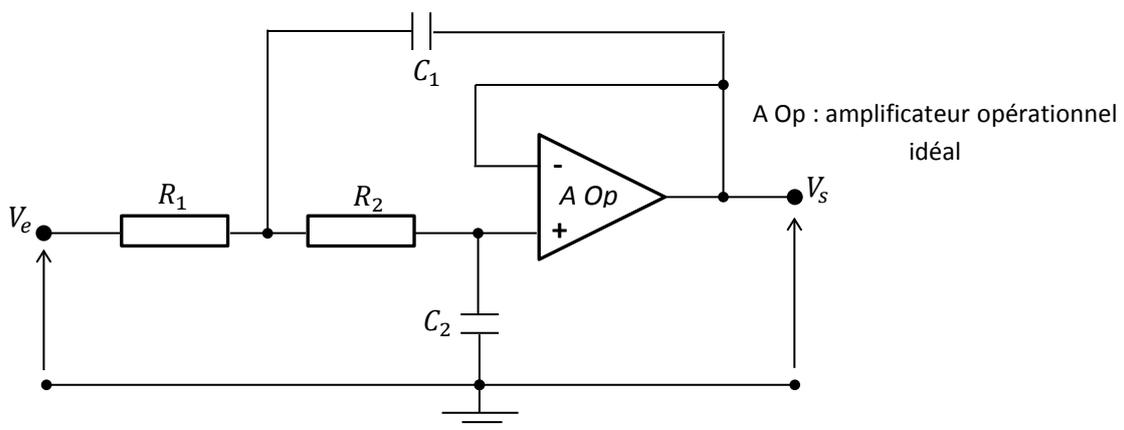
$$|H(f)| = \frac{K}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}}$$

b. Quel est l'ordre et le type de ce filtre ?

Exercice 3.9 Même question que l'exercice 3.8 pour le circuit suivant :



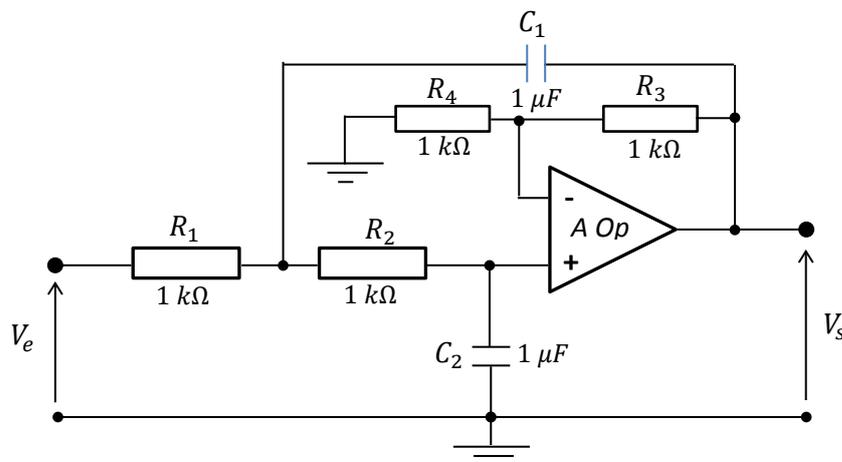
Exercice 3.10 Déterminer la fonction de transfert du filtre actif représenté par le schéma suivant :



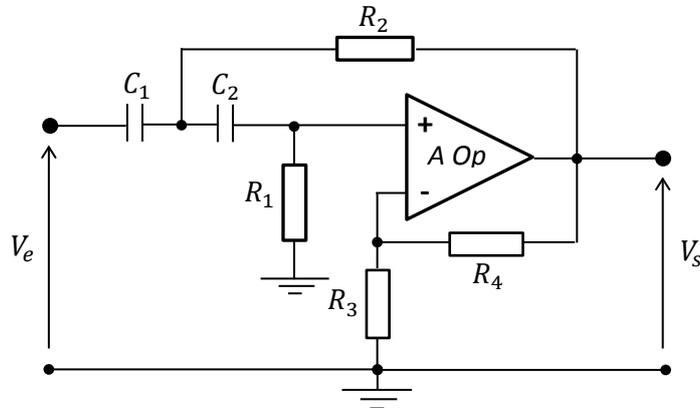
Quel est le type de ce filtre ?

Exercice 3.11 a. - Déterminer et tracer le graphe d'amplitude de la fonction de transfert du filtre de Sallen-Key schématisé par le circuit ci-dessous.

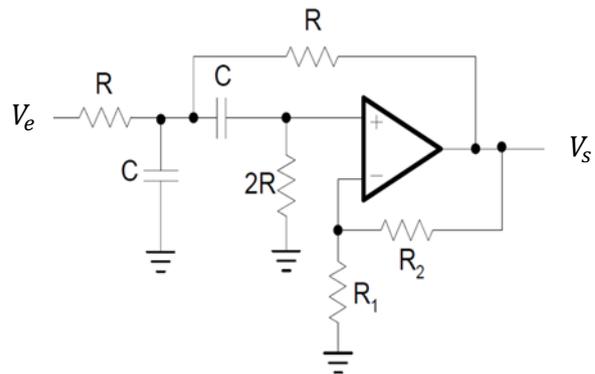
b. - Que se passe-t-il pour la fonction de transfert si on prend $R_3 = 5\text{ k}\Omega$.



- c. Sur la figure ci-dessus, on change la position entre R_1 et C_1 , et entre R_2 et C_2 . On obtient alors le circuit d'un filtre suivant. Déterminer la fonction de transfert de ce filtre et dire quel est son type ?



Exercice 3.12 Trouver la fonction de transfert, l'ordre et le type du filtre analogique actif suivant :



Transformation de Fréquences

Les transformations de fréquences permettent de convertir un filtre passe-bas prototype de fonction de transfert $H_{pb}(p)$ en un autre type de filtres tels que le filtre passe-haut, passe-bande ou coupe-bande en changeant p en $g(p)$ de manière appropriée.

$$\text{le filtre prototype passe - bas: } H_{pb}(p) \rightarrow \text{nouveau filtre: } H_x(p) = H_{pb}(g(p))$$

On définit la fréquence ou pulsation centrale (moyenne géométrique) d'un filtre passe-bande ou coupe-bande par: $\Omega_0 = \sqrt{\Omega_{c1}\Omega_{c2}}$ et la bande passante $\Delta\Omega = \Omega_{c2} - \Omega_{c1}$.

Tableau de transformation de fréquences : Pulsation de coupure du filtre $\Omega_c = 2\pi f_c$.

_filtre prototype passe-bas		_filtre obtenu après transformation	Transformation
Passe-bas : Ω_{c1}	→	Passe-bas : Ω_{c2}	$g(p) = \frac{\Omega_{c1}}{\Omega_{c2}} p$
Passe-bas : Ω_c	→	Passe-haut : Ω_c	$g(p) = \frac{\Omega_c^2}{p}$
Passe-bas : $\Omega_c = \Delta\Omega$	→	Passe-bande : $(\Omega_{c1}, \Omega_{c2})$	$g(p) = \frac{p^2 + \Omega_0^2}{p}$
Passe-bas : $\Omega_c = \Delta\Omega$	→	Coupe-bande $(\Omega_{c1}, \Omega_{c2})$	$g(p) = \frac{p \Delta\Omega^2}{p^2 + \Omega_0^2}$

Exercice 3.13 Transformer le filtre passe-bas d'ordre 1 suivant en un filtre passe-haut d'ordre 1 :

$$H_{pb}(p) = \frac{\Omega_c}{p + \Omega_c}$$

Exercice 3.14 Construire un filtre sélectif (passe-bande) d'ordre 2 ayant une fréquence centrale Ω_0 et une bande passante $\Delta\Omega$.

Même question pour un filtre rejeteur de bande (ou coupe-bande).

Exercice 3.15 La fonction de transfert d'un filtre passe-bas d'ordre 2 de Butterworth ayant une bande passante de 0.2 Hz et un affaiblissement de 0.5 dB en bande passante est donnée par :

$$H_{lp}(p) = \frac{4.52}{p^2 + 3p + 4.52}$$

Déterminer la fonction de transfert $H_{hp}(p)$ d'un filtre analogique passe-haut avec fréquence de coupure en $f_c = 2 \text{ Hz}$ et un affaiblissement en bande passante de 0.5 dB.

Exercice 3.16 La fonction de transfert d'un filtre elliptique passe-bas d'ordre 2 ayant une bande passante de 0.16 Hz et un affaiblissement de 1 dB en bande passante est donnée par :

$$H_{lp}(p) = \frac{0.56(p^2 + 17.95)}{p^2 + 1.06p + 1.13}$$

Déterminer la fonction de transfert $H_{bp}(p)$ d'un filtre analogique passe-bande avec fréquence centrale en 3 Hz et une bande passante à 3 dB de 0.5 Hz.