Exemple de calcul d'un réseau ramifié

Calculer le réseau ramifié d'une ville de 2000 habitants, pour une consommation moyenne journalière 150 l/hab.j. On suppose le schéma de distribution suivant, on prévoit un facteur de pointe $K_P = 3$.

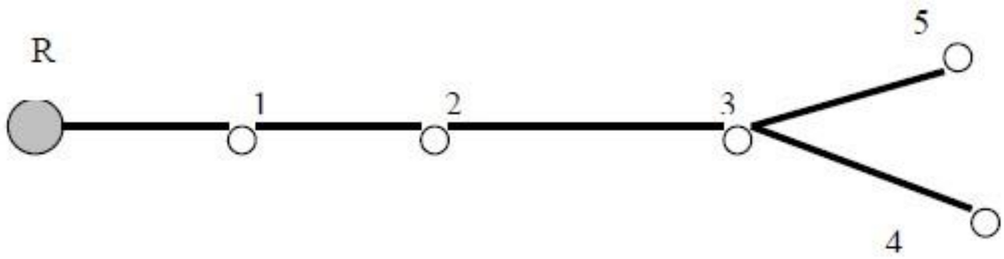


Figure 30 : Réseau ramifié

Solution

Qmoy = 150/(24*3600)
=0.0017 l/s/hab

Pour 2000 habitants on aura :
$\text{Qmoy} = 2000 \times 0{,}0017 = 3{,}4$ l/s

- Calcul des débits de route pour chaque tronçon.

Tableau 6: Calcul des consommations moyennes et de pointe

Désignation des tronçons (1)	Nombre d'habitants (2)	Consommation moyenne (3)	Consommation de pointe (4)
$R-1$	0	0	0
$1-2$	520	0,9	2,7
$2-3$	200	0,34	1,02
$3-4$	850	1,47	4,41
$3-5$	430	0,75	2,25
$\sum$	3000	3,4	10,38

- Calcul des débits de tronçon à partir du débit d'amont

Déterminons dans ce réseau, le sens d'écoulement de l'eau et procédons à la répartition selon les différents tronçons, pour cela partant de l'extrémité avale du réseau et remontons de proche en proche jusqu'au réservoir.

Tableau 7: Calcul des débits de tronçon

tronçons		Débit (l/s)	
	en route (Q_r)	avale (P)	du tronçon $0.55Q_r$+P
3 − 4	4,41	−	4,41
3 − 5	2,25	−	2,25
2 − 3	1,02	6.66	7,68
1 − 2	2,70	7,68	10,38
R − 1	−	10,38	10,38

Pour un diamètre donné D, on vérifie à l'aide des tables de colebrook ($K=2.10^{-3}$m) qu'avec le débit exigé dans chaque tronçon, la vitesse obtenue est acceptable et que la perte de charge totale donne une pression au sol acceptable pour une cote du radier du réservoir connue par exemple on prend 50m.

Si la pression au sol est insuffisante, il faut recommencer les calculs en prenant un diamètre plus grand afin de diminuer les pertes de charge.

Tableau 8: Calcul hydraulique du réseau

Tronçon	Longueur (m)	D (m)	Débit (l/s)	V [m/s]	J [m/ml]	ΔH (m)	H_{piezo} amont (m)	H_{piezo} avale (m)	Cote géo Z (m)	Pression au sol (m)
R − 1	500	0,150	10,38	0,60	0,0055	2,75	50	47,25	20	27,25
1 − 2	520	0,150	10,38	0,60	0,0055	2,86	47,25	44,39	21	23,39
2 − 3	200	0,125	7,68	0,65	0,0080	1,60	44,39	42,79	18	24,79
3 − 4	400	0,08	2.42	0,50	0,0080	3,20	42,79	39,59	17	22,59
3 − 5	100	0,060	1,24	0.25	0,0220	2,20	42,79	40,59	16	24,59

Vérification de la condition d'incendie

Il est procédé ensuite à la vérification de la condition d'incendie, pour cela on calcule le réseau avec le débit d'incendie de 17 l/s.

Tableau 9: Vérification du réseau avec le débit d'incendie

Tronçon	Longueur (m)	D (m)	Débit (l/s)	V [m/s]	J [m/ml]	ΔH (m)	H_{piezo} amont (m)	H_{piezo} avale (m)	Cote géo Z (m)	Pression au sol (m)
$R-1$	500	0,150	17	1,0	0,016	8	50	42,00	20	22
$1-2$	520	0,150	17	1,0	0,016	8,32	42	33,68	21	12
$2-3$	200	0,125	17	1,4	0,042	8,40	33,68	25,28	18	7,28
$3-4$	400	0,08	17		*très*		25,28	-	17	-
$3-5$	100	0,060	17		grande		25,28	-	16	-

C'est ainsi, jusqu'en 3, il est possible d'installer des bouches d'incendie.

La dernière sera posée en 3 et, puisque la distance 3-5 est relativement courte, le feu peut être combattu à partir de ce point.

En ce qui concerne le tronçon 3-4, de 400 m de longueur, il sera plus prudent de prévoir une réserve d'incendie en 4, car on se trouve à l'extrême limite de l'action des lances d'incendie.

6.3 Calcul des réseaux maillés:

Pour un réseau maillé, après le calcul des débits en route de tous les tronçons, on utilise l'expression (6.4) pour répartir ces débits aux nœuds du réseau. Il faut vérifier que la somme des débits aux nœuds est égale à la somme des débits en route de tous les tronçons.

Le calcul des réseaux ramifiés, tel que nous l'avons vu, ne présente pas de difficulté. En revanche, le calcul des réseaux maillés est plus compliqué. Plusieurs méthodes ont été utilisées pour réaliser ce calcul. Une des méthodes la plus utilisée est celle de Hardy Cross, par approximations successives, et que nous allons présenter.

<u>Méthode de Hardy Cross:</u>

Cette méthode repose sur les deux lois suivantes

(équivalentes aux lois de Kirchoff en électricité) :

- <u>1re loi :</u> En un nœud quelconque du réseau, la somme des débits qui arrivent à ce nœud est égale à la somme des débits qui en partent:

$$\sum Q_e = \sum Q_s$$

Ainsi, pour le nœud A, par exemple, on a

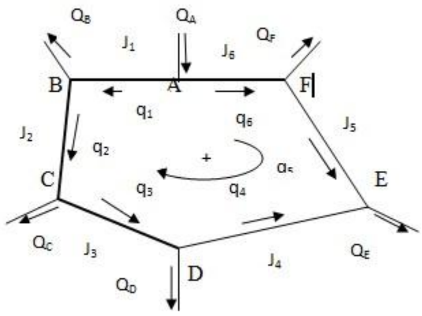


Figure 31 : Représentation d'une maille

$$Q_A = q_1 + q_6$$

- 2ème loi : Le long d'un parcours orienté et fermé (une maille), la somme algébrique - des pertes de charge est nulle.

$$\sum j = 0$$

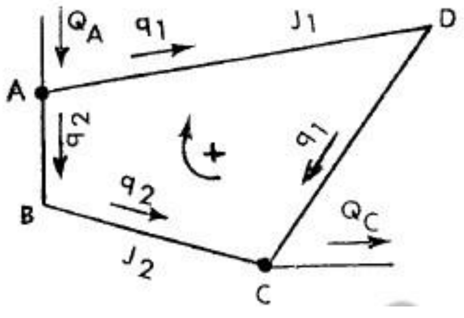
Ainsi pour le contour ABCDEF, où l'orientation positive est donnée par le sens des aiguilles d'une montre et pour le sens d'écoulement indiqué par les flèches.

$$j_6 + j_5 - j_4 - j_3 - j_2 - j_1 = 0$$

La méthode de Hardy Cross consiste, tout d'abord, à se fixer une répartition provisoire des débits ainsi qu'un sens d'écoulement dans tout le réseau, tout en respectant la première loi. Cette première répartition permet de choisir les diamètres, tout au moins provisoires, des canalisations (avec des vitesses entre 0,50 et 1,25 m/s) et de calculer les pertes de charge correspondantes.

Ordinairement, la somme algébrique des pertes de charge ne peut pas être nulle, dans toutes les mailles, dès le premier coup. Sans changer les diamètres choisis et sans perturber la première loi, on doit modifier la répartition initiale supposée des débits dans les tronçons afin de rectifier les pertes de charge et vérifier la deuxième loi.

Nous allons voir comment on trouve la rectification de débit à apporter à la première répartition. Prenons pour cela un exemple simple d'une Seule maille.



On décompose arbitrairement Q_A en q_l et q_2 tels que :

On choisit les deux diamètres en fonction des débits q_l et q_2, lesquels engendrerons les pertes de charge :

J_I sur ADC et J_2 sur ABC.

Généralement, cette loi n'est pas vérifiée dès le premier coup et nous allons chercher la correction à faire: Δq_1

En utilisant les résistances des conduites sur les longueurs L_I et L_2 (R_I et R_2), on écrit que :

$$J_1 = R_1.Q^2{}_1 \quad \text{et} \quad J_2 = R_2.Q^2{}_2$$

La correction des débits à faire Δq_1 et qui donnerait $(q_1 + \Delta q_1)$ et$(q_2 + \Delta q_2)$, doit conduire à la vérification de la deuxième loi :

$$R_1(q_1 + \Delta q_1)^2 - R_2(q_2 + \Delta q_2)^2 = 0$$

$$\Delta q_1 = \frac{-R_1 q_1^2 + -R_2 q_2^2}{2(R_1 q_1 + R_2 q_2)} = -\frac{J_1 - J_2}{2(\frac{J_1}{q_1} + \frac{J_2}{q_2})} \qquad (6.5)$$

En utilisant le fait que :

$$R_1 = \frac{J_1}{q_1^2} \quad \text{et} \quad R_2 = \frac{J_2}{q_2^2}$$

A partir de (6.5), on déduit que:

Si $J_I - J_2 < 0$, le débit q_1 est alors insuffisant et il faut l'augmenter, c'est ce qui fait que Δq_I est positif.

Si $J_I - J_2 > 0$, le débit q_I est alors trop important et il faut le diminuer, c'est ce qui fait que Δq_I est négatif.

En généralisant l'expression (6.5) à un contour **fermé quelconque**, comportant n tronçons, on peut écrire que :

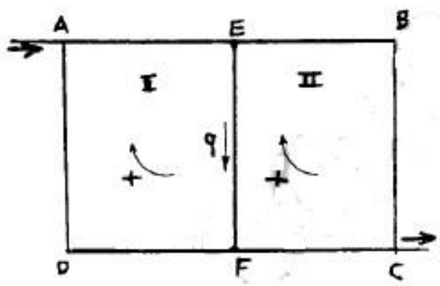
$$\Delta q = \frac{\sum_{i=1}^{n} J_i}{2\sum_{i=1}^{n} \left|\frac{J_i}{q_i}\right|} \qquad (6.6)$$

Rappelons que les **débits positifs**, par rapport à l'orientation choisie, seront corrigés par Δ**q**, affecté **de son signe**, alors que les **débits négatifs** seront corrigés par Δ**q** multiplié par **-1**.

Si, pour les nouveaux débits, la deuxième loi n'est toujours pas vérifiée, il faudra de nouveau corriger les débits. Ainsi, on se rapprochera de zéro pour la somme algébrique des pertes de charge du contour.

Dans le cas de deux mailles adjacentes, la conduite commune sera affectée par les deux corrections des débits calculées pour les deux mailles, affectées de leurs signes respectifs.

Prenons l'exemple de la conduite EF (voir figure ci-contre) dans laquelle le débit initial est q.



D'où, la correction finale du débit q de EF est:

Puisque dans la maille I le débit q est positif, la correction est alors $+\Delta q_I$. Dans la maille II, le débit q est négatif et la correction est $-\Delta q_{II}$.

$$\Delta q = +\Delta q_I - \Delta q_{II}$$

On arrête les itérations lorsque, **pour toutes les mailles** :

$\Delta q < 0{,}4$ l/s	**et**	**$\left\|\sum J\right\| \leq 0,2$ m.**	**et même 0.5 m**

Dans le cas où le calcul est fait à l'aide d'un micro-ordinateur, on peut aller plus loin dans la précision (par exemple : ($|\Delta q| \leq 0{,}1\frac{l}{s}$ ou $|\Delta q| \leq 0{,}01\frac{l}{s}$).

Pour réaliser les calculs, on peut utiliser le tableau ci-dessous :

Tableau 10: Calcul des réseaux maillés (type)

			$N^{ème}$ Itération					
Maille	M.adj.	N° du tronçon	Q (l/s)	V (m/s)	j (m/m)	J (m)	J/Q -	ΔQ (l/s)
I								
	$\Delta Q = -\sum J / 2\sum\left\|J/Q\right\|$				Σ			
II								
	$\Delta Q = -\sum J / 2\sum\left\|J/Q\right\|$				Σ			

Si la solution obtenue ne vérifie pas les conditions imposées (des vitesses entre 0,50 et 1,25 m/s et, éventuellement, des pressions suffisantes), on doit modifier le choix initial des diamètres de certains tronçons et recommencer le calcul dès le début.

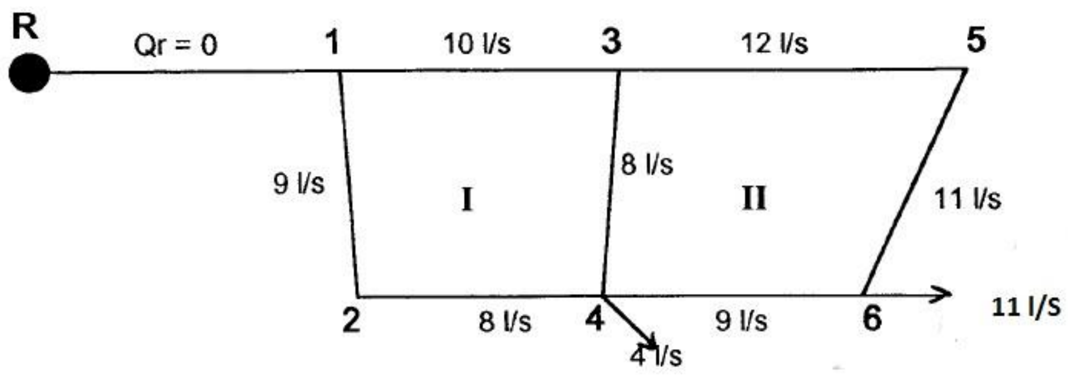
***6.3.1 Vérification de la condition d’incendie*:**

Pour un réseau de distribution (réseau ramifié ou réseau maillé), il faut vérifier les conditions d’incendie. Il s’agit de refaire le calcul du réseau, avec les mêmes diamètres, en ajoutant un ou plusieurs débits d’incendie (17 l/s) aux points sensibles du réseau. Il faut vérifier alors que les vitesses dans tous les tronçons sont inférieures à 2,5 m/s et que les pressions dans tous les nœuds sont supérieures à 10 mètres. Le nombre de débits d’incendie à ajouter dépend de l’importance de la ville et de son risque aux incendies.

Si ces conditions ne sont pas vérifiées, on doit modifier les diamètres de certains tronçons et recommencer le calcul dès le début (pendant l’heure de pointe, ensuite une autre vérification pendant l’heure de pointe + incendies).

E xemp le de calcul d ’un ré seau maillé

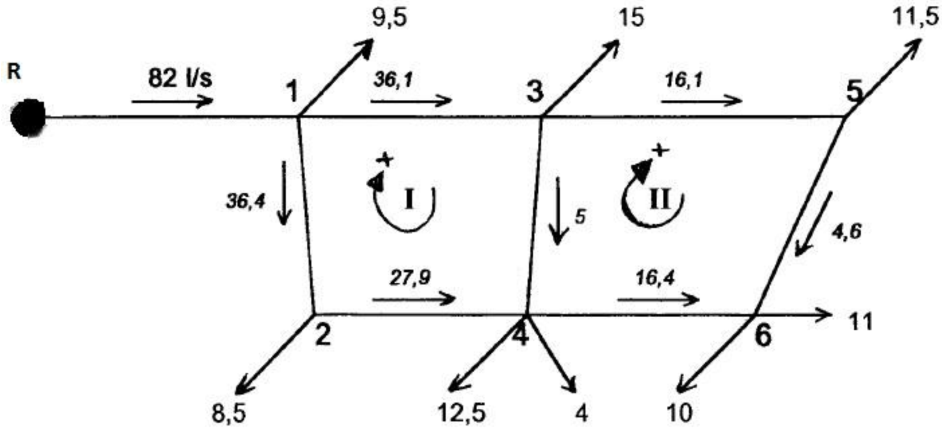
Soit le réseau maillé suivant (les débits en route sont indiqués sur les tronçons, en l/s):



Les débits en route sont transformés en débits aux nœuds. Nous choisissons alors une première répartition, arbitraire, des débits dans les différents tronçons qui vérifie la loi des débits aux nœuds, ~Qn = 0 (voir la figure ci-dessous, tous les débits sont en l/s).

Nous avons calculé ce réseau par la méthode de Hardy Cross (voir la feuille de calcul), la répartition finale des débits dans les tronçons est la suivante:

Les vitesses (finales) dans tous les tronçons sont acceptables (entre 0,5 et 1,25 m/s).



9,5
15
11,5
R
82 l/s
1
36,1
3
16,1
5
36,4
I
5
II
4,6
27,9
16,4
11
2
4
6
8,5
12,5
4
10

Tableau 11: Calcul du réseau maillé

					1ère Itération						2ème Itération					
Maille	M.adj.	N° du tronçon	Long. m	Diam. mm	Q (l/s)	V (m/s)	j (m/m)	J (m)	J/Q -	ΔQ (l/s)	Q (l/s)	V (m/s)	j (m/m)	J (m)	J/Q -	ΔQ (l/s)
I		1 – 2	850	250	36	0,73	0,0022	-1,87	0,052	+0,2	36,2	0,74	0,0022	-1,87	0,052	+0,2
		1 – 3	900	250	36,5	0,74	0,0023	+2,07	0,057	-0,2	36,3	0,74	0,0022	+1,98	0,055	-0,2
		2 – 4	750	200	27,5	0,88	0,0040	-3	0,109	+0,2	27,7	0,88	0,0040	-3	0,108	+0,2
	II	3 – 4	600	100	5	0,64	0,0053	+3,18	0,636	-0,2/0,3	5,1	0,65	0,0054	+3,24	0,635	-0,2/+0,1
	$\Delta Q = -\Sigma J / 2\Sigma \lvert J/Q \rvert = -0.2 l/s$						Σ	+0,38	0,854	-0,2			Σ	+0,35	0,85	-0,2
II	I	3 – 4	600	100	5	0,64	0,0053	-3,18	0,636	0,3/-0.2	5,1	0,65	0,0054	-3,24	0,635	0,1/-0,2
		3 – 5	700	150	16,5	0,93	0,0065	+4,55	0,276	-0,3	16,2	0,91	0,0062	+4,34	0,268	-0,1
		4 – 6	600	150	16	0,91	0,0061	-3,66	0,229	+0,3	16,3	0,91	0,0063	-3,78	0,232	+0,1
		5 – 6	650	100	5	0,64	0,0053	+3,45	0,689	-0,3	4,7	0,600	0,0047	+3,06	0,651	-0,1
		$\Delta Q = -\Sigma J / 2\Sigma \lvert J/Q \rvert = -0.3 l/s$					Σ	**+1,16**	1,83	-0,3			Σ	+0,38	1,786	-0,1

			3ème Itération						Calcul des pressions au sol			
Maille	M.adj.	N° du tronçon	Q (l/s)	V (m/s)	j (m/m)	J (m)	J/Q -	ΔQ (l/s)	Cote géométrique avale Z_g (m)	Côte piézométrique amont (m)	Côte piézométrique avale (m)	Pression au sol (m)
I		1 – 2	36,4	0,74	0,0023	-1,96	0,052	+0,14	105	120	118,04	13,04
		1 – 3	36,1	0,73	0,0028	+1,98	0,057	-0,14	103	120	118,02	15,02
		2 – 4	27,9	0,89	0,0041	-3,08	0,109	+0,14	102	118,04	114,96	12,96
	II	3 – 4	5	0,64	0,0053	+3,18	0,636	-0,14/0,098	102	118,02	114,84	12,84
	$\Delta Q = -{\sum J}/{2\sum \lvert J/Q \rvert} = -0,14lS$				Σ	+0,12	0,854	-0,14				
II	I	3 – 4	5	0,64	0,0053	-3,18	0,636	0.098 /-0.14	102	118,02	114,84	12,84
		3 – 5	16,1	0,91	0,0061	+4,27	0,276	- 0.098	101	118,02	113,75	12,75
		4 – 6	16,4	0,93	0,0064	-3,84	0,229	+ 0.098	90	114,96	111,12	21,12
		5 – 6	4,6	0,58	0,0045	+2,93	0,689	- 0.098	90	113,75	107,89	17,89
	$\Delta Q = -{\sum J}/{2\sum \lvert J/Q \rvert} = -0.098$				Σ	+0,18	1,83	-0,3				

On remarque qu'après la 3ème itération les conditions de la correction du débit et de la somme des pertes de charge dans une maille sont vérifiées.