## I-4 PRINCIPE DE SUPERPOSITION

Considérons trois charges ponctuelles q1, q2 et q **fixées** respectivement en P1, P2 et M (Figure I-2).

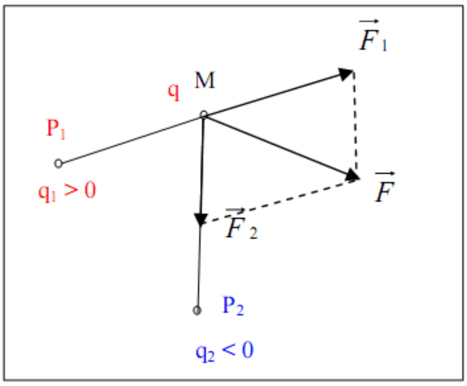


**Figure 2**

Quelle est la force $F$ que subit la charge q placée en présence des charges q1 et q2 ?. La loi de Coulomb permet de calculer la force $F1$ subie par la charge q lorsqu'elle est uniquement en présence de q1. On peut de la même manière calculer $F\,2$ force subie par q lorsque seule q2 est en présence de la charge q.

L'expérience montre que la force $F$ subit par q lorsqu'elle est en présence des deux charges q1 et q2 est la somme vectorielle des forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ :

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \frac{q\,q_1}{4\Pi\varepsilon_0}\frac{\overrightarrow{P_1M}}{\left\|\overrightarrow{P_1M}\right\|^3} + \frac{q\,q_2}{4\Pi\varepsilon_0}\frac{\overrightarrow{P_2M}}{\left\|\overrightarrow{P_2M}\right\|^3} \qquad (3)$$

Ce résultat est vérifié quel que soit le nombre de charges en présence. La force resultante subie une charge q placée en M, en présence de n chargées q1, q2, ..., qi, ..., qn fixées en $P_1$, $P_2$, ..., $P_i$, ..., $P_n$ est la somme vectorielle des forces dues à l'interaction des charges avec q, calculées séparément :

$$\boxed{\vec{F} = \sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i = q\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{4\Pi\varepsilon_0}\frac{\overrightarrow{P_iM}}{\left\|\overrightarrow{P_iM}\right\|^3} \qquad (4)}$$

Cette expression exprime le principe de superposition. la force totale $F$ due à un ensemble de charges est la somme vectorielle de l'effet de chaque charge prise individuellement. Ce qui suppose que la force s'exerçant entre deux charges n'est pas modifiée par la présence d'une troisième charge.

La solution est simplement la somme des solutions calculées pour chaque couple de charges. Il en résulte que les équations de l'électrostatique sont des équations linéaires. Le principe de superposition s'applique aux phénomènes électromagnétiques : les équations de Maxwell équations de base de l'électromagnétisme sont des équations linéaires.

## I-5 LE CHAMP ELECTROSTATIQUE

Considérons la force $F$ définie par (I-4). Divisons l'expression (I-4) par la charge q.Nous obtenons une grandeur vectorielle qui dépend de la structure des n charges et de la position du point M : cette grandeur est appelée le champ électrostatique, $E(M)$ , crée au point M par le système de charges q1, q2, ..., qi, ..., qn fixées en P1, P2, ..., Pi, ..., Pn.

$$\vec{E}(M) = \frac{\vec{F}}{q} = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{4\Pi\varepsilon_0} \frac{\overrightarrow{P_iM}}{\left\|\overrightarrow{P_iM}\right\|^3} = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{4\Pi\varepsilon_0} \frac{\vec{u}_i}{r_i^2} \qquad (5)$$

$$\vec{u}_i = \frac{\overrightarrow{P_iM}}{\left\|\overrightarrow{P_iM}\right\|} \text{ et } r_i = \left\|\overrightarrow{P_iM}\right\|$$

Le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ qui résulte de $\vec{F}$ est la somme vectorielle des champs $\vec{E}_i(M)$ crées par les charges $q_i$ :

$$\vec{E}(M) = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i(M) \qquad (6)$$

où $\vec{E}_i(M)$ est le champ crée en M par la charge $q_i$ ponctuelle placée en $P_i$ (Figure I-3)

$$\vec{E}_i(M) = \frac{q_i}{4\Pi\varepsilon_0} \frac{\overrightarrow{P_iM}}{\left\|\overrightarrow{P_iM}\right\|^3} = \frac{q_i}{4\Pi\varepsilon_0} \frac{\vec{u}_i}{r_i^2} \qquad (7)$$

Nous venons de définir une grandeur vectorielle, fonction du point M, caractéristique du système de charges q1, q2, ..., qi, ...,qn, sources du champ $E$ . En chaque point de l'espace on fait correspondre un vecteur $E$ , fonction du point considéré (Figure I-3).

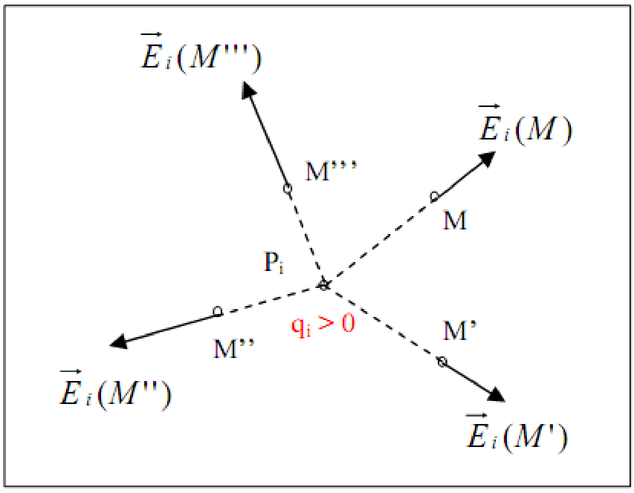


**Figure 3**

L'ensemble des vecteurs $\vec{E}$ constitue un champ de vecteurs. Le champ $\vec{E}$ étant déterminé, la force $\vec{F}$ que subit une charge q placée en un point M est donnée par la relation :

$$\vec{F} = q\,\vec{E}(M) \qquad (8)$$

L'introduction du champ *E* aboutit à une nouvelle description de l'interaction électrostatique. Nous avons remplacée l'action à **distance** contenue dans la loi de Coulomb par la notion de champ électrostatique, grandeur locale.

Au lieu de considérer les charges $q_i$ et q en présence interagissant par l'intermédiaire de la force de Coulomb :

$$\boxed{\text{Charge } q_i \text{ en } P_i} \Longrightarrow \boxed{\text{Charge q en M soumise à } \vec{F} = q\sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{4\Pi\varepsilon_0}\frac{\overrightarrow{P_iM}}{\left\|\overrightarrow{P_iM}\right\|^3}}$$

On exprime le champ $\vec{E}_i$ crée par la charge $q_i$ dans tout l'espace entourant cette charge. Ce champ existe indépendamment du fait qu'il existe ou non une autre charge q en présence de la charge $q_i$, source du champ $\vec{E}_i$. La force *F* subie par q placée en M résulte de l'existence en ce point d'un champ électrostatique :

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{Charge } q_i \text{ en } P_i : \\ \text{source du champ} \\ \text{electrostatique}\end{array}} \Longrightarrow \boxed{\vec{E}(M) = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{4\Pi\varepsilon_0}\frac{\overrightarrow{P_iM}}{\left\|\overrightarrow{P_iM}\right\|^3}} \Longrightarrow \boxed{\begin{array}{c}\text{Agit sur la charge q :} \\ \vec{F} = q\vec{E}\end{array}}$$

## I-6 CONCLUSION

Le champ électrostatique crée en un point M par une charge ponctuelle q placée en O est :

$$\vec{E}(M) = \frac{q}{4\Pi\varepsilon_0}\frac{\overrightarrow{OM}}{\left\|\overrightarrow{OM}\right\|^3} = \frac{q}{4\Pi\varepsilon_0}\frac{\vec{u}_r}{r^2}$$

$$\text{où : } \vec{u}_r = \frac{\overrightarrow{OM}}{\left\|\overrightarrow{OM}\right\|} \quad \text{et } r = \left\|\overrightarrow{OM}\right\|$$

Le champ $\vec{E}(M)$ présente deux caractéristiques :

- La première réside dans le fait que $\vec{E}(M)$ est de la forme $f(r)\vec{u}_r$, propriété que nous exploiterons dans le calcul de la circulation de E et qui conduira à la définition du potentiel électrostatique.

- La deuxième caractéristique est la forme de f(r), en 1/r², propriété que nous exploiterons dans le calcul du flux de $\vec{E}$ et qui conduira au théorème de Gauss. Les résultats que nous obtiendrons seront valables pour tout champ de la forme $f(r)\vec{u}_r = \frac{\vec{u}_r}{r^2}$ , en particulier le champ de gravitation.