cours 12/11/2024

La modulation de fréquence FH

<u>introduction</u> La modulation d'amplitude AM présente un inconvénient major : Parasites (Bruits) affectant l'amplitude du signal.

Une autre méthode utilisée pour transmettre un signal basse fréquence est de moduler la fréquence d'une porteuse sinusoïdale tout en laissant l'amplitude de cette porteuse constante, c'est la modulation de fréquence.

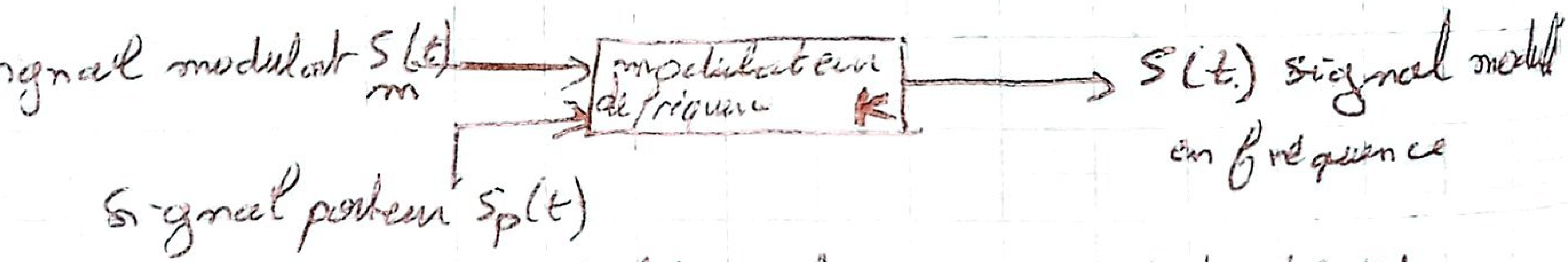
→ Le signal modulant est Basse fréquence BF. s'écrit sous la forme : $S_m(t) = A_m \cos(\omega_m t)$

$$= A_m \cos(2\pi f_m t)$$

→ Le signal porteur est de Haute fréquence HF s'écrit sous la forme : $S_p(t) = A_p \cos(\omega_p t)$

$$= A_p \cos(2\pi f_p t)$$

→ Pour réaliser la modulation de fréquence FM on utilise un modulateur de fréquence.



↳ Le signal modulé en fréquence $S(t)$ s'écrit sous la forme :

$$S(t) = \underbrace{A_p}_{\text{constante}} \cos\Big[\underbrace{\omega_p t + B\sin(\omega_m t)}_{\text{La phase instantanée } \varphi}\Big]$$

$\boxed{\text{c'est la présentation temporelle}}$

Par définition β est l'indice de modulation avec

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m}$$

Δf : excursion en fréquence avec $\Delta f = K A_m$

K : constant de modulateur

* <u>La fréquence instantanée</u>

on définit la fréquence instantanée $f_i(t)$ par deux relations :

$\xrightarrow{1}$ $f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi}{dt}$

$\xrightarrow{2}$ $f_i(t) = f_p + K S_m(t) = f_p + K A_m \cos(w_m t)$

$$f_i(t) = f_p + \Delta f \cos(w_m t)$$

* <u>La fréquence maximale et minimale de la fréquence instantanée $f_i(t)$</u>

$-1 \leq \cos(w_m t) \leq 1$

$$\begin{cases} \cos(w_m t) = 1 \Rightarrow f_{max} = f_p + \Delta f \\ \cos(w_m t) = -1 \Rightarrow f_{min} = f_p - \Delta f \end{cases}$$

* <u>l'excursion en fréquence Δf</u>

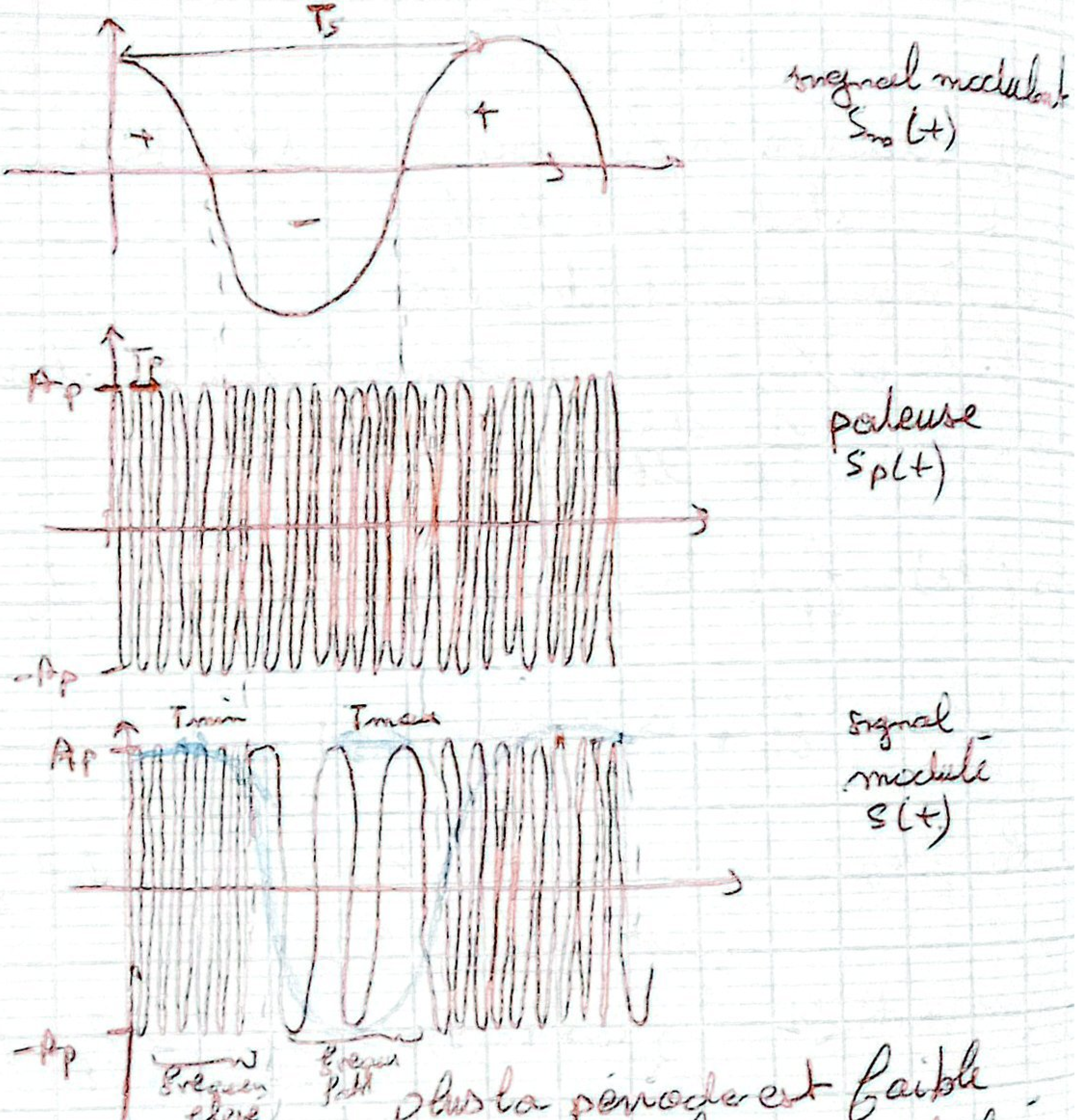
$$\Delta f = f_p - f_{min}$$

$$\cancel{\Delta f = f_{max} - f_p}$$

$$\Delta f = \beta f_m$$

$$\boxed{f_{max} - f_{min} = 2\Delta f}$$

*- forme du signal modulé en FM



plus la période est faible plus la fréquence est élevé

$$\begin{cases} f_{min} = \dfrac{1}{T_{max}} \\[2ex] f_{max} = \dfrac{1}{T_{min}} \end{cases}$$

* - Présentation fréquentielle du signal modulé FM

on a la représentation du signal modulé en FM :

= Representation temporelle :

$$S(t) = A_p \cos\left[\omega_p t + \beta \sin(\omega_m t)\right]$$

~~si on développe cette expression on obtient :~~

$\cancel{s(t) = A_p \cos \omega_p t + A_p \cos\left[\beta \sin(\omega_m t)\right]}$

on applique la relation trigonométrique :

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

on obtient :

$$S(t) = A_p\left[\cos(\omega_p t)\cos \beta(\sin \omega_m t) - \sin(\omega_p t) \cdot \sin \beta \sin(\omega_m t)\right]$$

Les fonctions :

$\cos[\beta(\sin \omega_m t)]$ et $\sin[\beta(\sin \omega_m t)]$ peuvent être developées en serie de fourier par l'intermédiaire des fonctions de Bessel $J(\beta)$ suivant la forme suivante :

$$\cos[\beta \sin(\omega_m t)] = J_0(\beta) + 2J_2(\beta)\cos(2\omega_m t) + 2J_4(\beta)\cos(4\omega_m t) + \cdots$$

$$\sin[\beta \sin(\omega_m t)] = 2J_1(\beta)\sin(\omega_m t) + 2J_3(\beta)\sin(3\omega_m t) + \cdots$$

Les fonctions (les coefficients de Bessel) $\equiv J_{0,1,2}(\beta)$ sont obtenus à partir du tableau de

Bessel [voir serie TD3 = tableau de coeffi. de Bessel]

Après Remplacent et simplification on obtient La représentation spectrale du signal modulé en fréquen par :

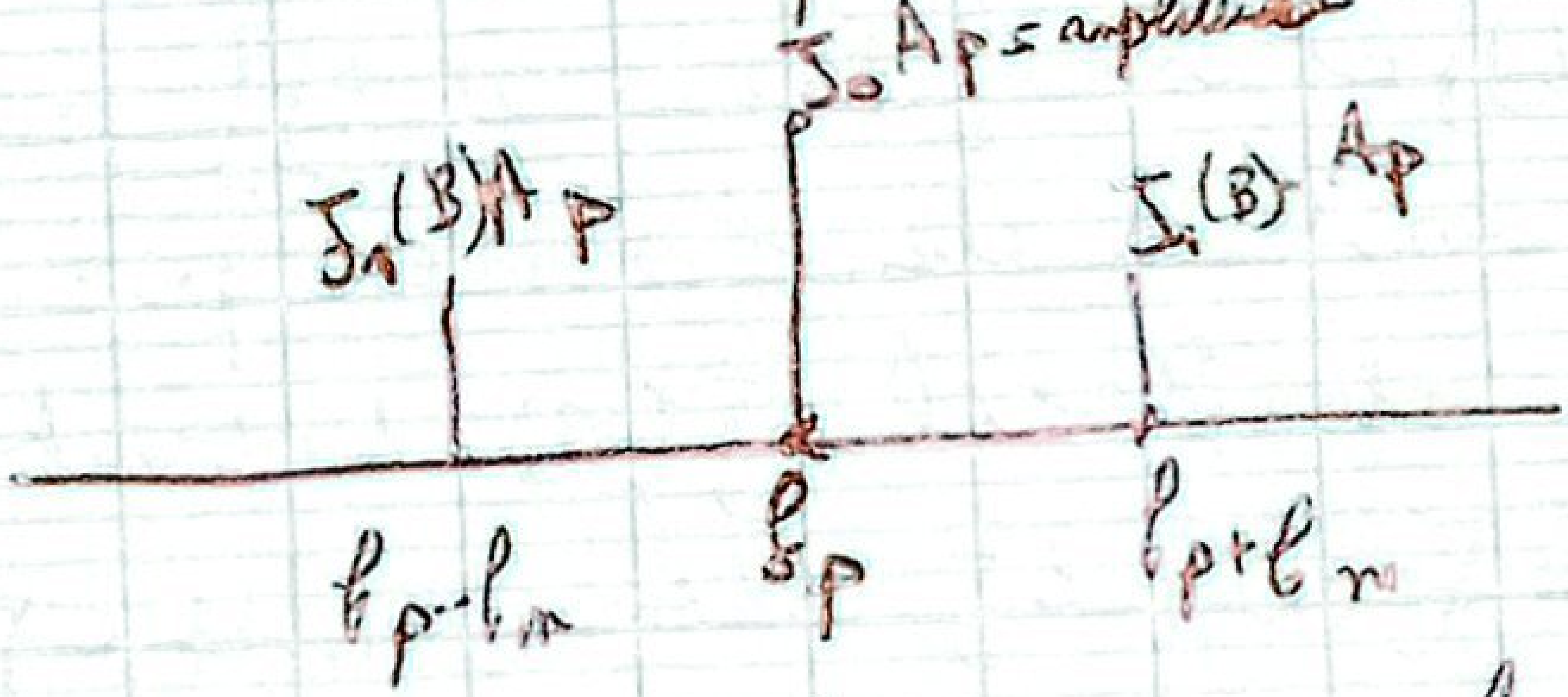
$$S(t) = A_p \left[J_0(B) \cos \omega_p t - J_1(B) \left[\cos(\omega_p - \omega_m)t - \cos(\omega_p + \omega_m)t \right] \right.$$

$$+ J_2(B) \left[\cos(\omega_p - 2\omega_m)t + \cos(\omega_p + 2\omega_m)t \right]$$

$$- J_3(B) \left[\cos(\omega_p - 3\omega_m)t - \cos(\omega_p + 3\omega_m)t \right]$$

$$+ \dots\dots\dots$$

ce qui represente une décomposition à une somme du signaux sinusoidales, somme de cosinus et chaque cosinus Correspont à une raie fréquentielle



- ~~f_p~~ le premier spectre $\equiv$ spectre principale (spectre de sym...

  $A_p J_0(B) \cos \omega_p t$

  à une amplitude $A_p J_0(B)$ et une fréquence f_p

- ~~f_{p+}~~

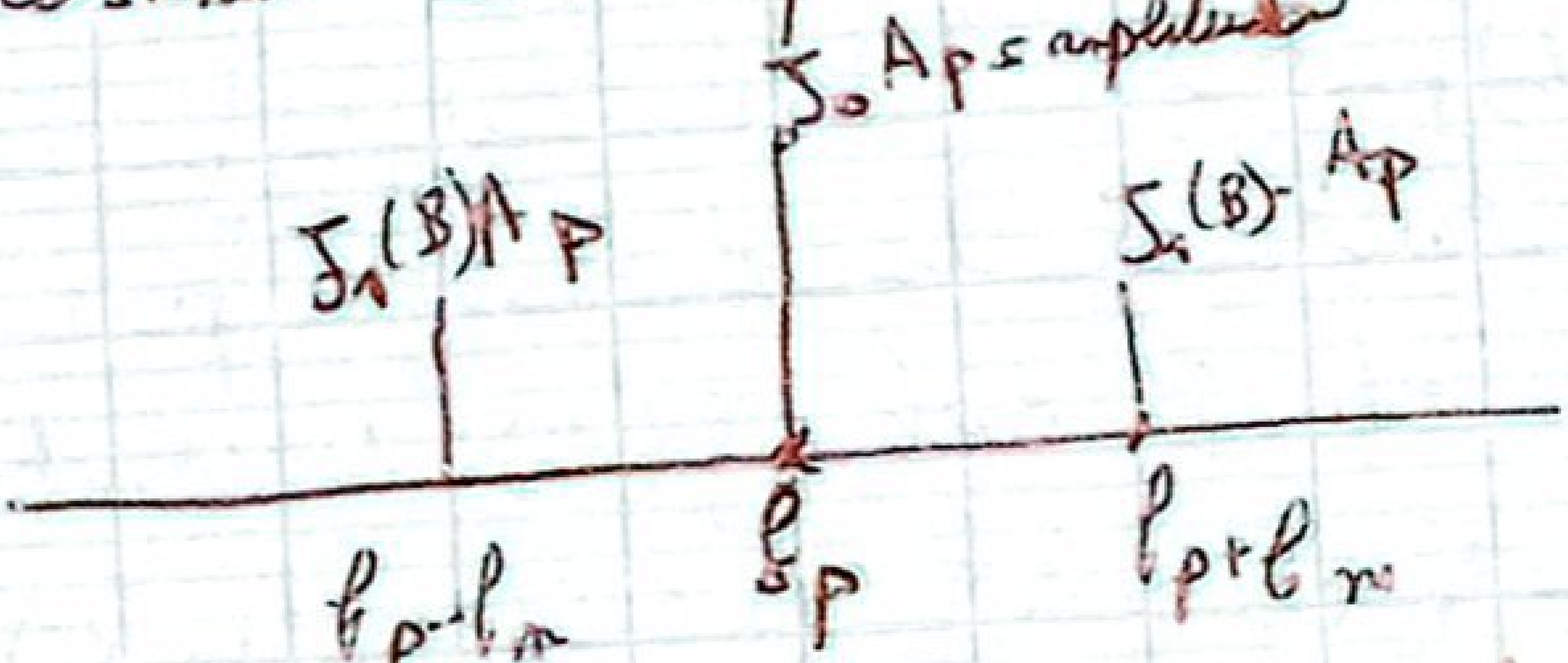
$$s(t) = A_p \Big[J_0(\beta)\cos\omega_p t - J_1(\beta)\big[\cos(\omega_p-\omega_m)t - \cos(\omega_p+\omega_m)t\big]$$

$$+ J_2(\beta)\big[\cos(\omega_p-2\omega_m)t + \cos(\omega_p+2\omega_m)t\big]$$

$$- J_3(\beta)\big[\cos(\omega_p-3\omega_m)t - \cos(\omega_p+3\omega_m)t\big]$$

$$+ \ldots$$

si qui represente une décomposition à une somme du signaux sinusoidales, somme de cosinus et chaque cosinus correspont à une raie fréquentielle



- le premier spectre ≡ spectre principal (spectre de symétrie)

$$A_p J_0(\beta) \cos\omega_p t$$

à une amplitude $A_p J_0(\beta)$ et une fréquence f_p

* La bande de carson indique la bande occupée par le spectre du signal modulé puisqu' on montre que 98% de la puissance du signal est transmise dans la bande de CARSON

la Bande de Carson $\longrightarrow B_c \in [f_p-(\beta+1)f_m ; f_p+(\beta+1)f_m]$

avec $B_c = f_p+(\beta+1)f_m - [f_p-(\beta+1)f_m]$

$\longrightarrow B_c = 2(\beta+1)f_m$

$\longrightarrow B_c = 2(\Delta f + f_m$

*