Rappels de notions de base

Les réseaux (1)

- La définition de réseau varie selon le domaine ou le contexte dans lequel on se place.
- *un réseau est une Répartition des éléments d'un ensemble en différents points ; ces points ainsi répartis.*
- Exemple : Réseau urbain - *ensemble des villes unies par des liens de nature variée (économique, politique, etc.)*.

Les réseaux (2)

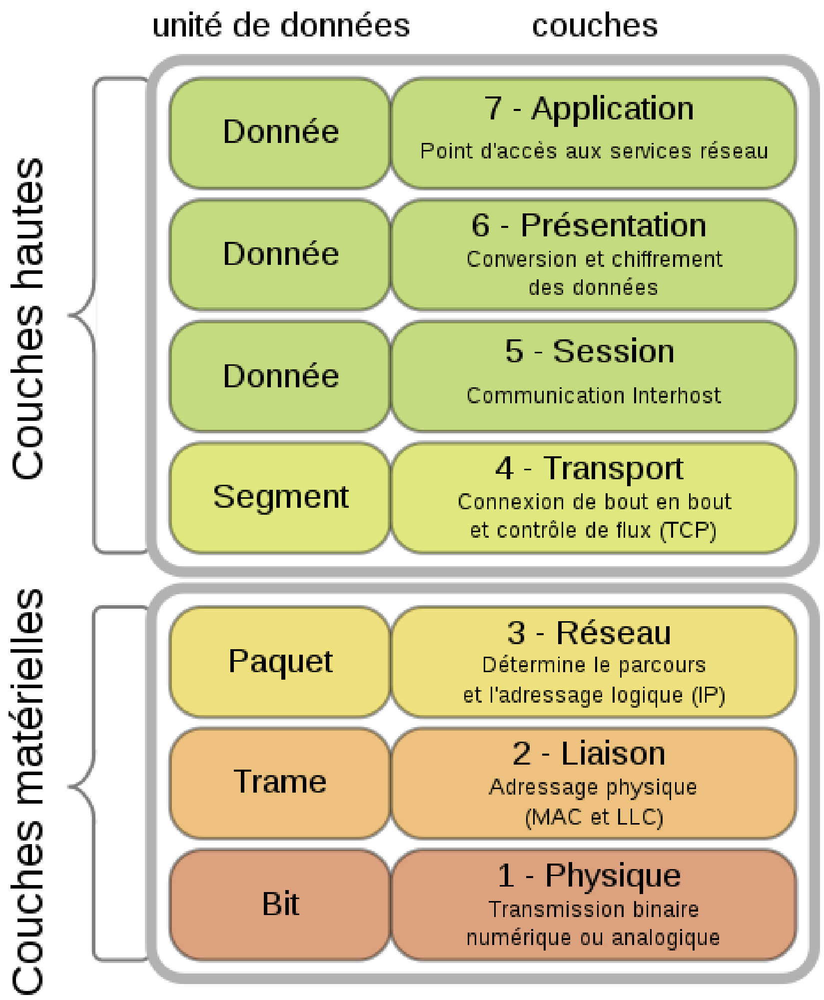
- Exemple de quelques types de réseaux:
  - **Le réseau social** : un ensemble de personnes ou de groupes de personnes possédant des schémas de contacts ou d’interactions entre eux.
  - **Le réseau d’information** : dans laquelle la structure des informations est stockée dans les Nœuds, Le World Wide Web avec ses pages web (contenant des informations) et ses hyper-liens est également un réseau d’informations

Les réseaux (3)

- Exemple de quelques types de réseaux:
  - **Le réseau technologique** : un réseau créé par l'homme principalement pour la distribution d'un service ou d'énergie. Les réseaux électriques, aériens, ordinateurs, en font partie.

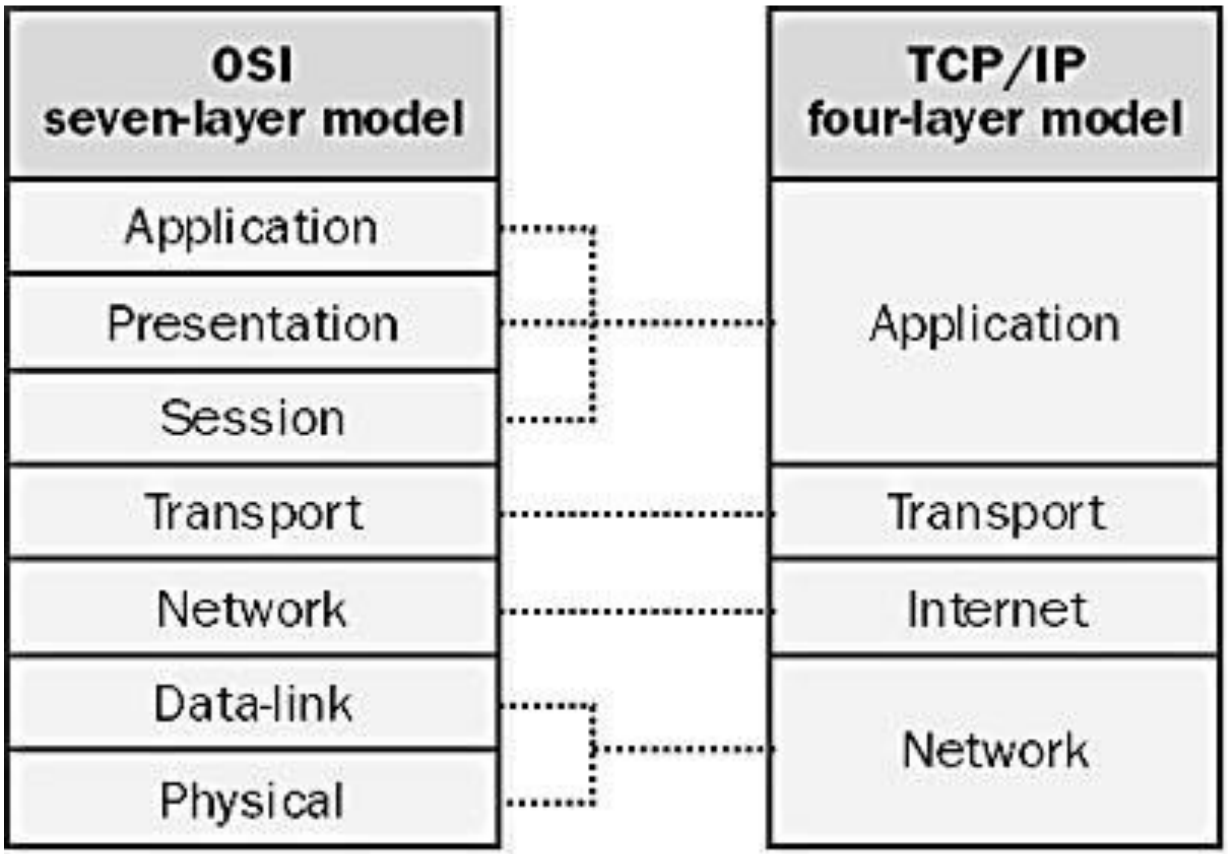
Les réseaux (4)

– Le model OSI **(Open Systems Interconnection)**



Les réseaux (4)

– Le model OSI **et TCP/IP**



T.G. Introduction

- **Problématique**:
  - Pour représenter les réseaux, la théorie des graphes est l’outil le plus adéquat, les graphes sont des outils mathématiques utilisés pour modéliser et résoudre des problèmes complexes dans des domaines aussi variés que l'optimisation (production industrielle, aide à la décision) ou la conception de réseaux (électriques, routiers, télécoms).

T.G. Notions de base (1)

- **Graphe non orienté** :
  - Un graphe fini G = (V, E) est défini par l'ensemble fini V= {v1, v2,..., vn} dont les éléments sont appelés sommets (Ou des nœuds), et par l'ensemble fini E= {e1, e2,..., em} dont les éléments sont appelés arêtes. Une arête e de l'ensemble E est définie par une paire non ordonnée de sommets, appelés les extrémités de e.

T.G. Notions de base (2)

- **Graphe orienté ou digraphe** :
  - est un graphe dont les arêtes sont orientées. Cela signifie que les extrémités d'une arête ont un sens bien précis. On appellera alors l'arête un arc. Les extrémités de l'arc sont alors appelés extrémité initiale et extrémité finale. Un arc (x,y) sera donc l'arc pour lequel x est l'extrémité initiale et y l'extrémité finale.

T.G. Notions de base (3)

- **Ordre d’un graphe** :
  - On appelle **ordre** d’un graphe le nombre de sommets n de ce graphe.
  - Les arcs u7 = (e, e) et u10 = (f, f), dont les extrémités initiales et terminales coïncident, sont appelés des **boucles**.

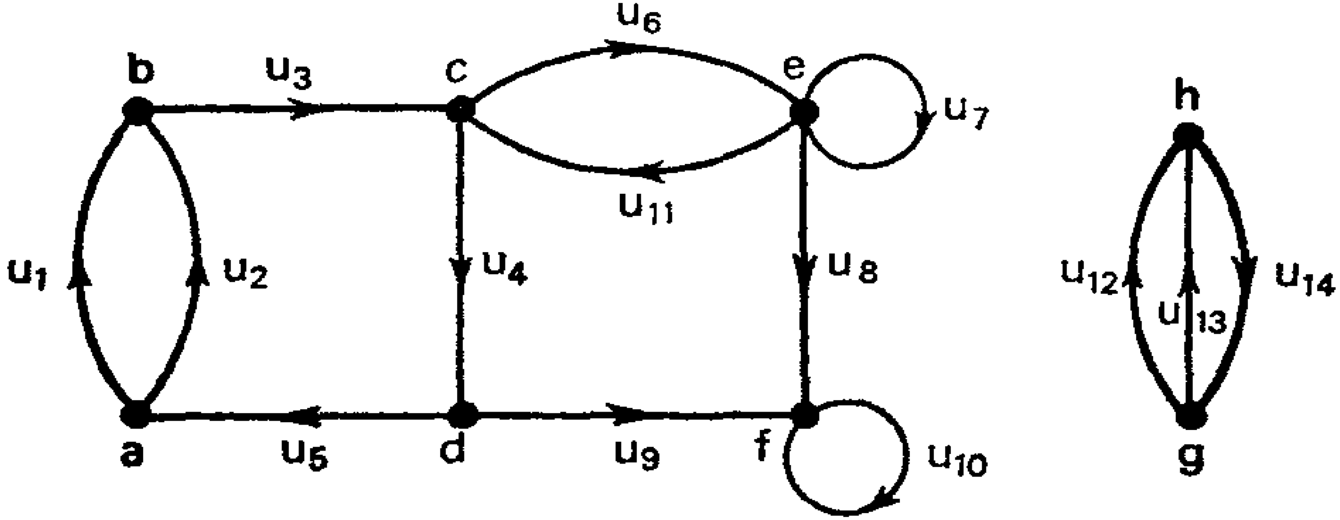


Figure 2:exemple de graphe d’ordre 8

T.G. Notions de base (4)

- **Représentation planaire d’un graphe** :
  - On dit qu’une présentation d’un graphe G est planaire si on peut le dessiner sans qu’aucune arête n’en coupe une autre (les arêtes ne sont pas forcément rectilignes).

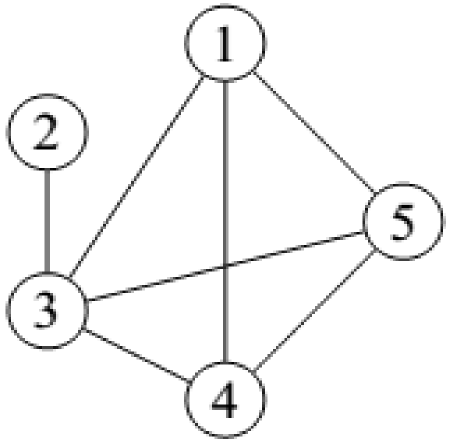


Figure 3 : représentation non planaire de G

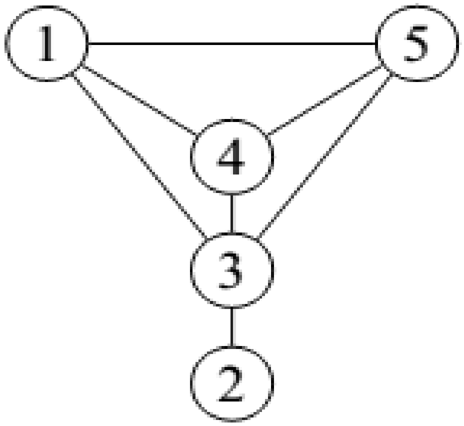
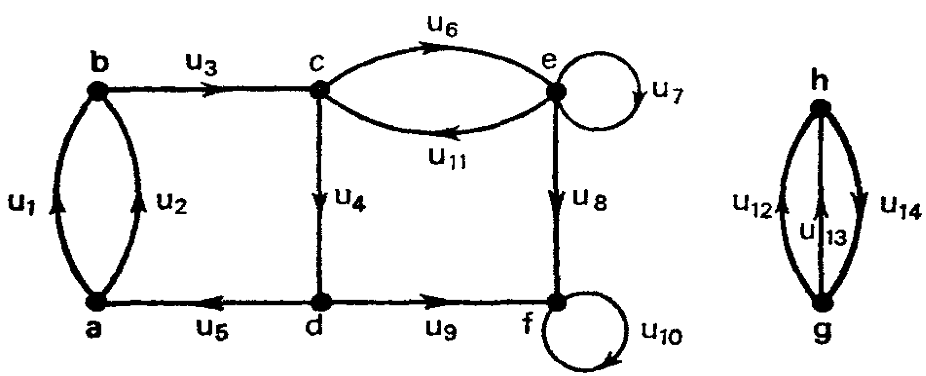


Figure 4:Représentation planaire de G

T.G. Notions de base (5)

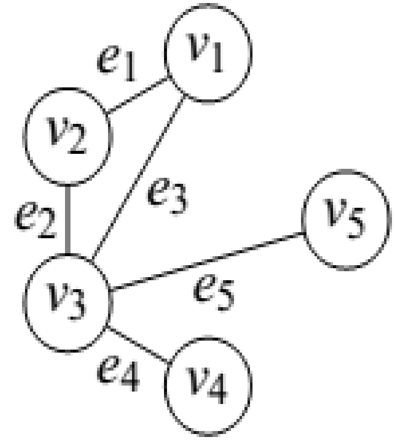
- **Graphe simple :**Un graphe est **simple** si au plus une arête relie deux sommets et s'il n'y a pas de boucle sur un sommet. Autrement, le graphe est appelé **multigraphe**. Le graphe de la figure d'en bas de la diapo est un multigraphe.
- **Adjacence des sommets :** On appelle deux sommets adjacents deux sommets qui sont reliés par une arête.



T.G. Notions de base (6)

- **Chaîne** : C'est une séquence d'arêtes (u1, u2, ..., ui, …, un) telle que chaque arête ui de la séquence est attaché à ui-1 par une de ses extrémités, et à ui+1 par l'autre de ses extrémités.
- Une **chaîne** est dite **fermée** lorsque le sommet de départ et le sommet d'arrivée sont confondus.

- Un **cycle** est une chaîne fermée composée d'arêtes toutes distinctes. Dans le graphe ci-dessous, la chaine (*v*1,*e*1,*v*2,*e*2,*v*3,*e*3,*v*1) est un cycle.
- Les notions de **chemins** et de **circuits** dans les **digraphes** sont analogues à celles des **chaînes** et des **cycles** pour les graphes **non orientés**.

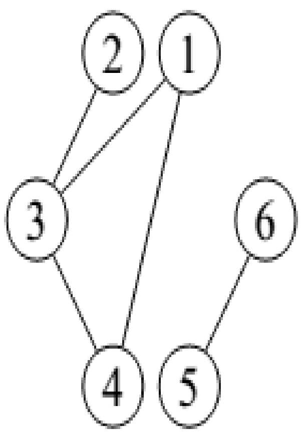


T.G. Notions de base (7)

- La **longueur** d'une **chaîne** est le nombre d'arêtes qui la composent.
- La **distance** entre deux sommets de *G* est la plus petite des longueurs des chaînes qui les relient.
- Le **diamètre** d’un graphe est la plus longue des distances entre deux sommets.

T.G. Notions de base (8)

- **Graphe connexe :** Le graphe *G* est dit **connexe** lorsqu'il existe une chaîne entre deux sommets quelconques de *G.*
- **Graphe complet :** un graphe est dite complet si chaque sommet du graphe est relié directement à tous les autres sommets.



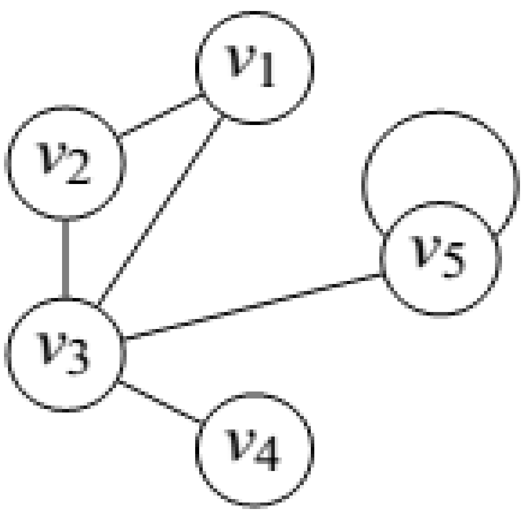
Graphe non connexe

$V = \{1,2,3,4,5,6\}$
$E = \{\{1,3\},\{1,4\},\{2,3\},\{3,4\},\{5,6\}\}$

Figure 5: exemple de graphe non connexe

T.G. Notions de base (9)

- **Degré d'un sommet d'un graphe non orienté:** On appelle degré du sommet v, et on note d(v), le nombre d'arêtes incidentes à ce sommet. Une boucle sur un sommet compte double.



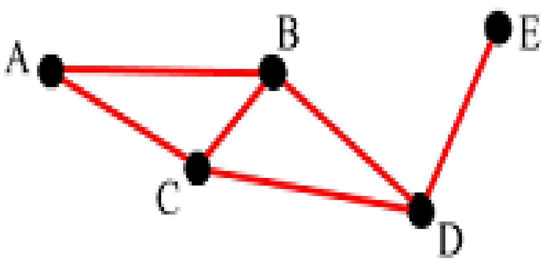
$$d(v_1) = 2$$
$$d(v_2) = 2$$
$$d(v_3) = 4$$
$$d(v_4) = 1$$
$$d(v_5) = 3$$

T.G. Notions de base (10)

- **Degré d'un sommet d'un digraphe :** Soit v un sommet d'un graphe orienté. On note $d^+(v)$ le degré **extérieur** du sommet v, c'est-à-dire le nombre d'arcs ayant comme extrémité initiale. On note $d^-(v)$ le degré **intérieur** du sommet v, c'est-à-dire le nombre d'arcs ayant v comme extrémité finale. On définit le degré : $d(v) = d^+(v) + d^-(v)$.
- **Degré d'un graphe :** Le **degré d'un graphe** est le degré maximum de tous ses sommets.

T.G. Notions de base (11)

- **Matrice associée à un graphe non orienté (Matrice d’adjacence):**
  - Soit $n \in \mathbb{N}^*$ et G un graphe non orienté d'ordre n.
    On appelle **matrice associée** à G la matrice carrée $A=(a_{i,j})$ de dimension n telle que :
    - $a_{i,j}=1$ s'il existe une arête d'extrémités i et j ;
    - $a_{i,j}=0$ sinon.



  - **Remarque**
    La matrice associée à un graphe non orienté est symétrique, c'est-à-dire que, pour tous entiers i et j tels que $1 \leq i \leq n$ et $1 \leq j \leq n$, on a : $a_{j,i}=a_{i,j}$.

T.G. Notions de base (12)

- **Matrice associée à un graphe orienté :**
  - Soit $n \in \mathbb{N}*$ et *G* un graphe orienté d'ordre *n*.
    On appelle **matrice associée** à *G* la matrice carrée $A=(a_{i,j})$ de dimension *n* telle que :
    - $a_{i,j}=1$ s'il existe une arête d'origine *i* et d'extrémité *j* ;
    - $a_{i,j}=0$ sinon.

T.G. Notions de base (13)

- **Exercice 1:**

Soit la matrice d'adjacence M1 suivante :

	A	B	C	D	E
A	0	0	1	0	0
B	0	1	0	1	0
C	1	0	0	0	1
D	0	1	0	1	0
E	0	0	1	0	0

Questions:

1-Le graphe G1 donné par sa matrice M1 est un graphe orienté? Justifier.

2- Donner le degré de chaque sommet, et le degré du graphe G1

3-Dessiner le graphe G1.

4- G1 est il un graphe simple? Est il connexe?