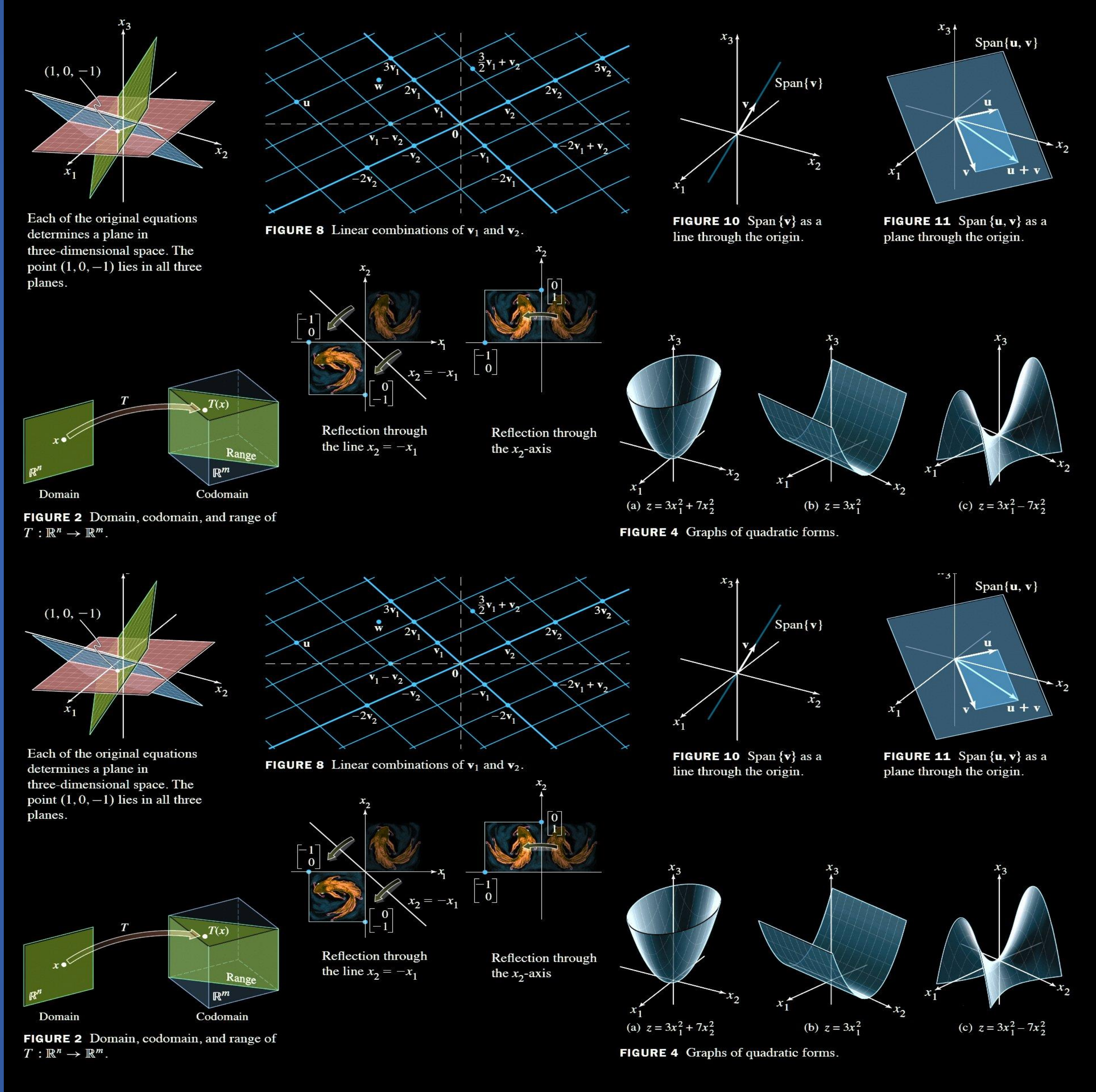
Chapitre 4

Principe de base de l’algèbre lineaire

Pré[paré-senté] par :
Dr. Bilal Dendani



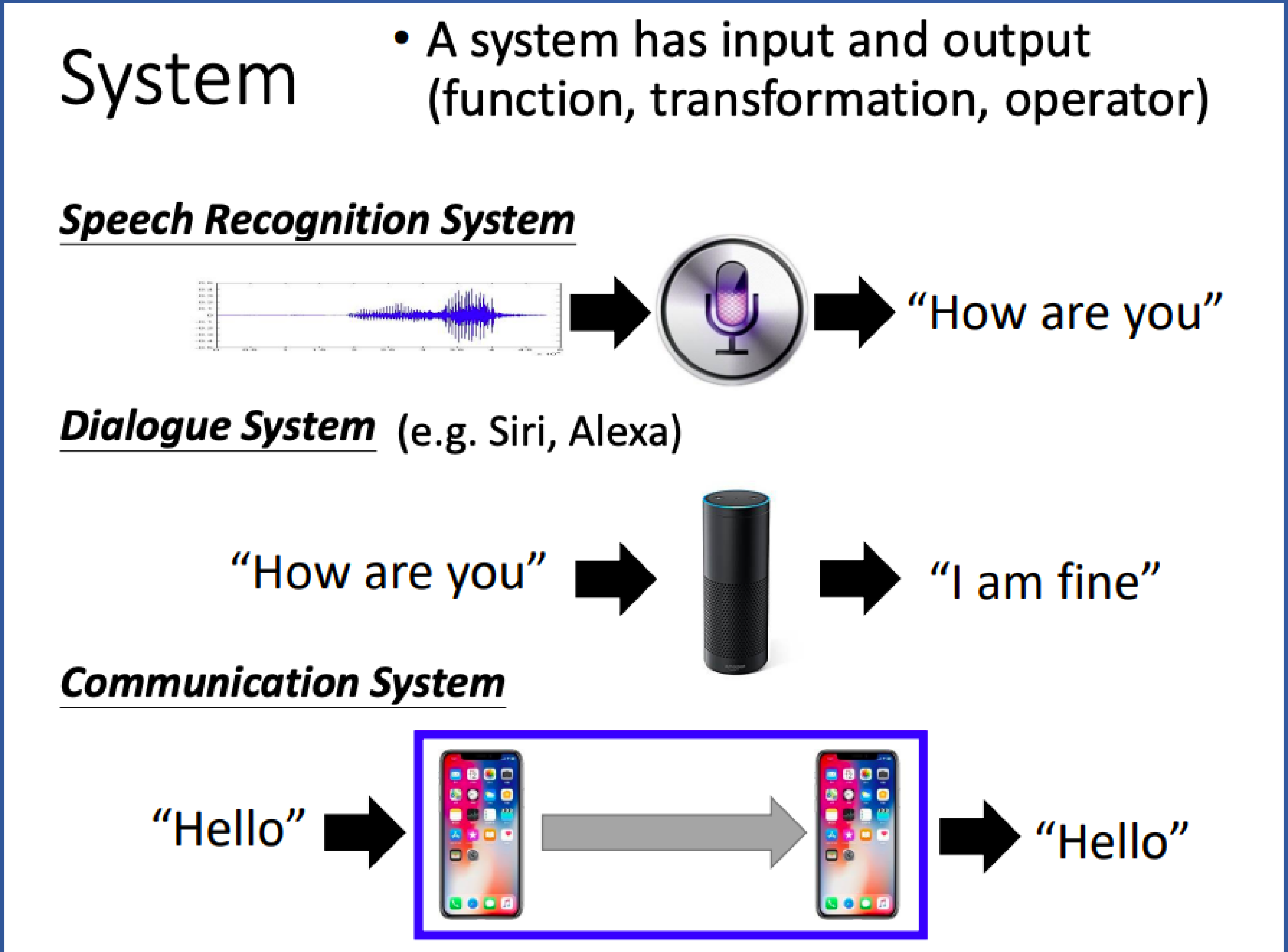
جـامعـة بـاجـي مختـار - عنـابـة
BADJI MOKHTAR - ANNABA UNIVERSITY

Dr. DENDANI Bilal

Chapitre 4 : Principe de base de l’algèbre lineaire

- Vecteurs et Espaces Vectoriels :
  - Définition et opérations sur les vecteurs.
  - Espaces vectoriels et sous-espaces.
- Matrices :
  - Définition, types de matrices, opérations sur les matrices (addition, multiplication, inversion).
  - Matrices spéciales (matrices diagonales, orthogonales, identités).
- Systèmes d’équations linéaires :
  - Résolution des systèmes linéaires (méthode de Gauss-Jordan, décomposition LU)

Exemple d’utilisation de l’algèbre linéaire



Exemple d’utilisation de l’algèbre linéaire

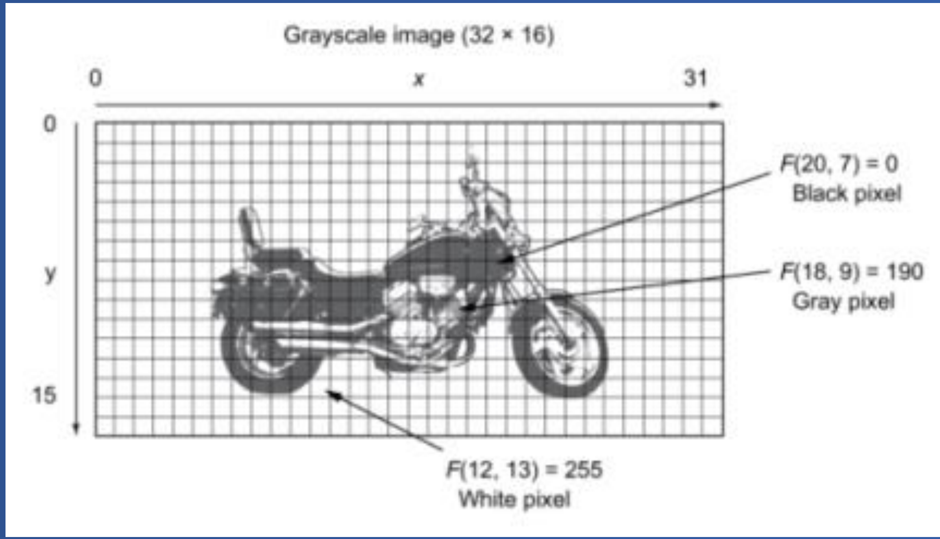


Image grayscale

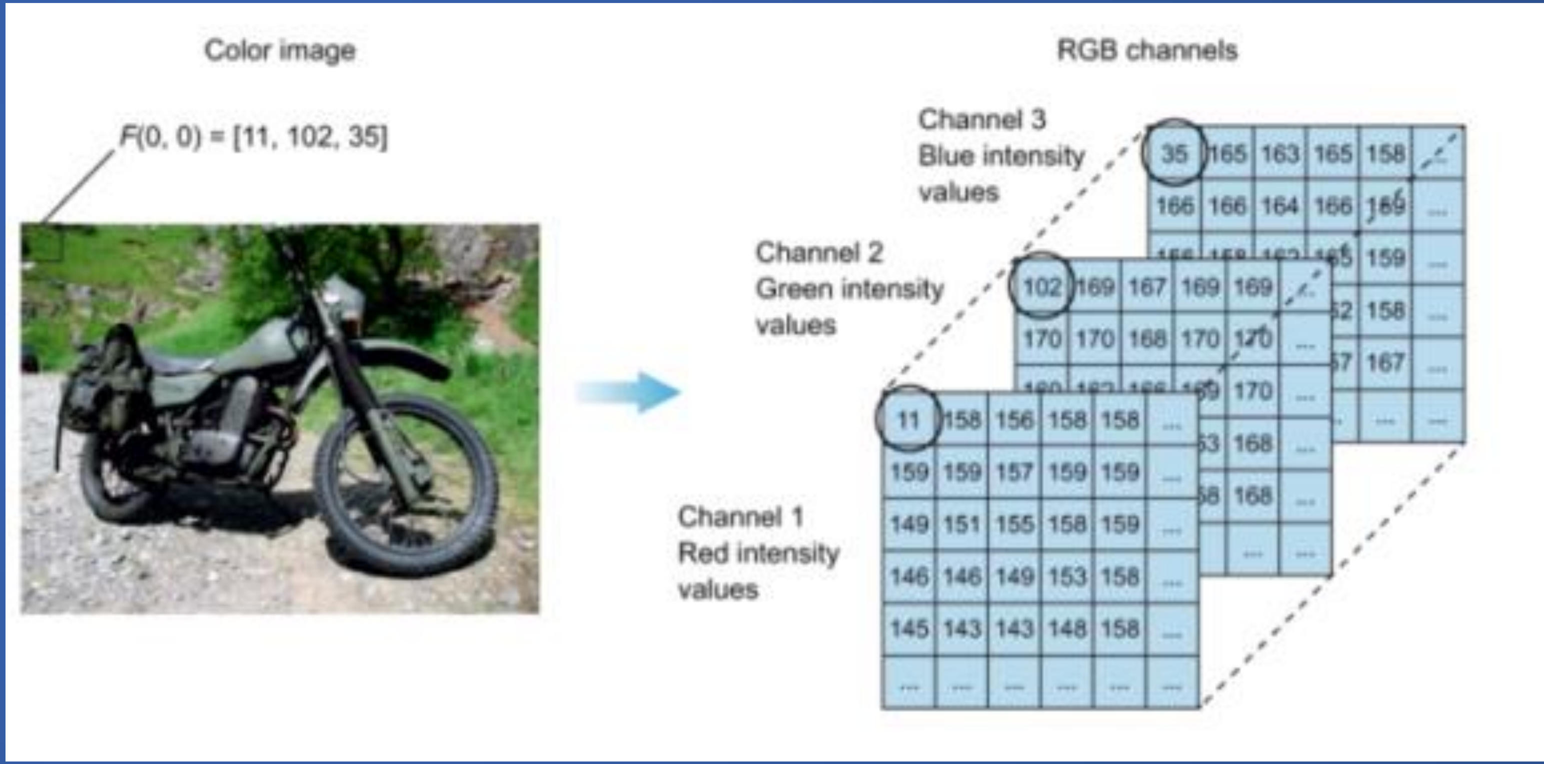


Image en couleur

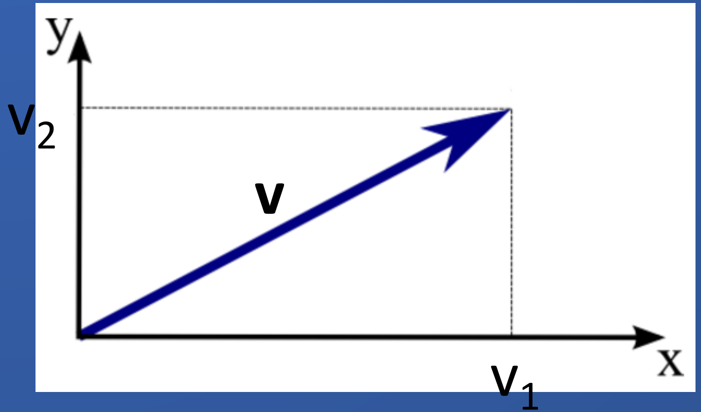
Images from Deep Learning for Vision Systems book


Vectors
LIGHTYEAR
THEY ARE EVERYWHERE
meme-arsenal.ru

Les Vecteurs

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- C'est quoi un vecteur ?
- Représentation d'un vecteur comme une liste ordonnée de nombres
- **Composantes** : les éléments d'un vecteur.
  - La **i-ème composante** du vecteur **v** correspond à $\mathbf{v_i}$.
  - Par exemple : $v_1=1$, $v_2=2$, $v_3=3$
- Si un vecteur possède moins de quatre composantes, il est possible de le visualiser.

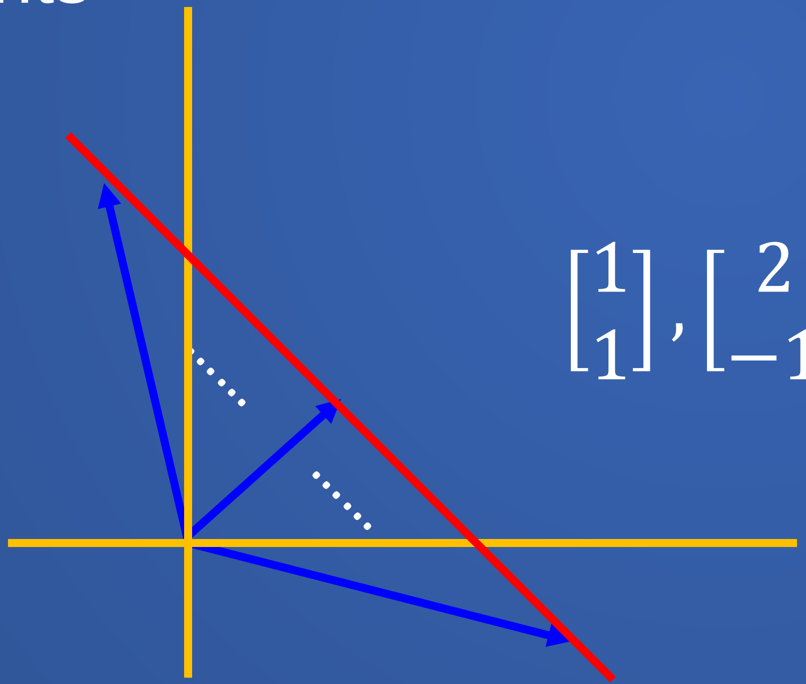


Ensemble de vecteur

$$\left\{\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix},\begin{bmatrix}4\\5\\6\end{bmatrix},\begin{bmatrix}6\\8\\9\end{bmatrix},\begin{bmatrix}9\\0\\2\end{bmatrix}\right\}$$

Ensemble de vecteurs de 4 élements

- Un ensemble vectoriel peut contenir un nombre infini d'éléments



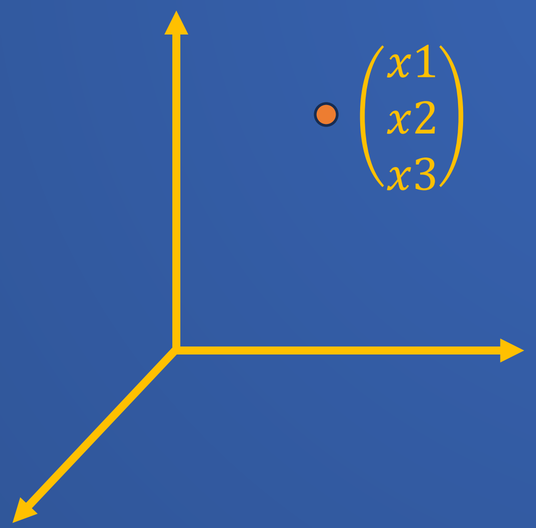
$$\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}2\\-1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}-0.5\\2\end{bmatrix},\dots\dots$$

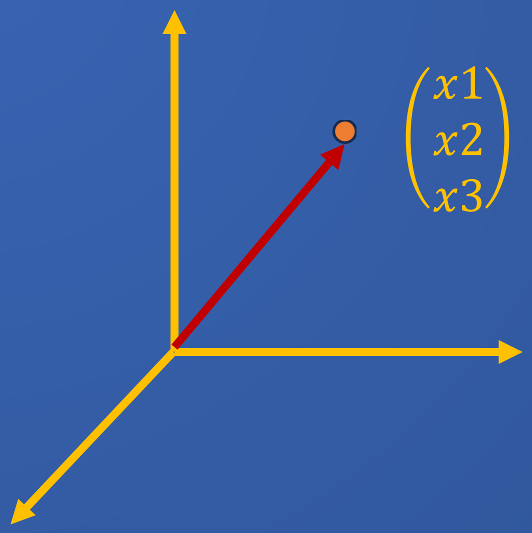
Opérations sur les vecteurs

- L'ensemble des nombres réels R est souvent représenté par une droite. C'est un espace de dimension 1.
- Le plan est formé des couples $\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \end{pmatrix}$ de nombres réels. Il est noté R^2 . C'est un espace à deux dimensions.
- L'espace de dimension 3 est constitué des triplets de nombres réels $\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \end{pmatrix}$. Il est noté R^3

Opérations sur les vecteurs

- Le symbole $\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \end{pmatrix}$ a deux interprétations géométriques : soit comme un point de l'espace (figure de gauche), soit comme un vecteur (figure de droite) :





Opérations sur les vecteurs : Définition

- On généralise ces notions en considérant des espaces de dimension n pour tout entier positif n = 1, 2, 3, 4, ..
- Les éléments de l'espace de dimension n sont les n-uples $\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ .. \\ .. \\ xn \end{pmatrix}$ de nombres réels.
- L'espace de dimension n est noté R n . Comme en dimensions 2 et 3, le n-uple $\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ .. \\ .. \\ xn \end{pmatrix}$ dénote aussi bien un point qu'un vecteur de l'espace de dimension n.
- Soient u = $\begin{pmatrix} u1 \\ u2 \\ .. \\ .. \\ un \end{pmatrix}$ et. v = $\begin{pmatrix} v1 \\ v2 \\ .. \\ .. \\ vn \end{pmatrix}$ deux vecteurs de R^n

Opérations sur les vecteurs : somme, produit, opposé..

- Somme de deux vecteurs. Leur somme est par définition le vecteur u+v = $\begin{pmatrix} u1+v1 \\ u2+v2 \\ .. \\ .. \\ un+vn \end{pmatrix}$
- Produit d'un vecteur par un scalaire. Soit λ ∈ R (appelé un scalaire) : λ · u = $\begin{pmatrix} \lambda u1 \\ \lambda u2 \\ .. \\ .. \\ \lambda un \end{pmatrix}$.
- Le vecteur nul de R^n est le vecteur 0 = $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ .. \\ .. \\ 0 \end{pmatrix}$
- L'opposé du vecteur u = $\begin{pmatrix} u1 \\ u2 \\ .. \\ .. \\ un \end{pmatrix}$ $est\ le\ vecteur$ $\begin{pmatrix} -u1 \\ -u2 \\ .. \\ .. \\ -un \end{pmatrix}$

Les properiétés de Vecteur

The objects have the following 8 properties are "vectors".

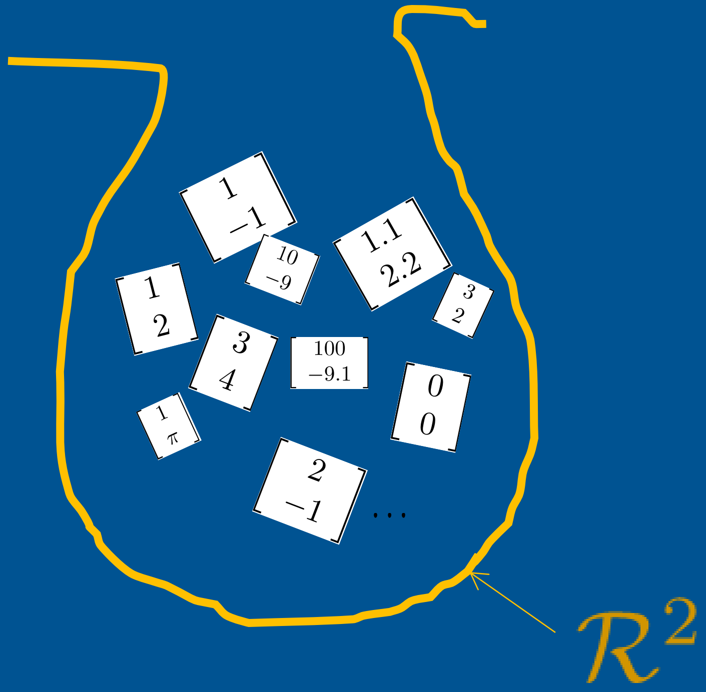
Pour tout vecteur **u**, **v** et **w** dans $\mathscr{R}^n$, and any scalars a and b

1. **u + v = v + u. Commutativité**
2. (**u** + **v**) + **w** = **u** + (**v** + **w**) .Associativité de l'addition
3. Il y a un element(vecteur) $\mathbf{0}$ dans $\mathscr{R}^n$ qui vérifie $\mathbf{0}$ + **u** = **u**
4. Il y a un element **u**' dans $\mathscr{R}^n$ such that $\underbrace{\boxed{\mathbf{u}'}}_{= -\mathbf{u}} + \mathbf{u} = \mathbf{0}$
5. 1**u = u . multiplication par scalaire unité 1**
6. (ab)**u** = a(b**u**) . associativité
7. a(**u**+**v**) = a**u** + a**v** **distribitivité**
8. (a+b)**u** = a**u** + b**u**. **distribitivité**

Vecteur zero $\mathbf{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$

Espace vectorielle

- On note l'ensemble de tous les vecteurs à n entrées par $\mathcal{R}^n$



Espaces vectoriels et sous-espaces

- Un **espace vectoriel** est un ensemble de vecteurs où deux opérations sont définies : l'addition de vecteurs et la multiplication par un scalaire (nombre réel ou complexe), respectant les huit axiomes de l'algèbre linéaire (comme l'associativité, la commutativité, l'existence d'un vecteur nul, etc.). Essentiellement, c'est un ensemble de vecteurs où ces opérations de base sont possibles.
- **Exemples :**
- $\mathscr{R}^n$: L'ensemble des n-uplets de nombres réels.

Sous espace vectorielle

- Un **sous-espace vectoriel** est un sous-ensemble d'un espace vectoriel qui est lui-même un espace vectoriel.
- Pour être un sous-espace, il doit être fermé sous l'addition de vecteurs et la multiplication par un scalaire, et contenir le vecteur nul.
- **Exemples :**
- **Sous-ensemble de** {R}^3 **:** Tous les vecteurs de la forme (x,0,0)(x, 0, 0), qui forment une ligne passant par l'origine.

Exemple de sous espace vectorielle

Considérons l'espace vectoriel $\mathbb{R}^3$ (l'ensemble de tous les vecteurs à 3 dimensions).

Un exemple de **sous-espace vectoriel** est l'ensemble des vecteurs $S \subseteq \mathbb{R}^3$ qui vérifient cette équation :

$$z = 0, \quad \text{où } \mathbf{v} = (x, y, z)$$

Vérifions que S est un sous-espace :

1. **Addition** : Si deux vecteurs $\mathbf{u} = (x_1, y_1, 0)$ et $\mathbf{v} = (x_2, y_2, 0)$ appartiennent à S, leur somme est :

$$\mathbf{u} + \mathbf{v} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, 0)$$

   Cela appartient aussi à S car le composant z reste 0.

2. **Multiplication scalaire** : Si $\mathbf{u} = (x, y, 0)$ est dans S et a est un scalaire, alors :

$$a\mathbf{u} = (a \cdot x, a \cdot y, a \cdot 0) = (ax, ay, 0)$$

   Cela appartient aussi à S.

3. **Vecteur nul** : Le vecteur $\mathbf{0} = (0, 0, 0)$ appartient clairement à S.

Donc, S est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$.

Chat GPT, 2024

Pratique sur les vecteurs

- Installation de la bibliothèque nécessaire pour pratiquer l'algèbre linéaire et importation.

```
# Installation de la bibliothèque numpy
!pip install numpy
```

```
[1]:
```

```
import numpy as np
print(np.__version__)
```

```
1.26.4
```

Création de 2 vecteurs et opération d'addition

Création de deux vecteurs

[2]:

```
A = np.array([1, 2, 3])
B = np.array([5, 6, 7])
```

Addition de deux vecteurs

[3]:

```
C = A+B
print(f"Addition : {C}")
D= A-B
print(f"Soustraction {D}")
```

Produits scalaire entre deux vecteurs

Produit scalaire

[12]:

```
np.dot(A, B)
```

[12]:

```
70
```

[21]:

```
np.dot(3, A)
```

[21]:

```
array([3, 6, 9])
```

Produit vectorielle

Produit vectorielle

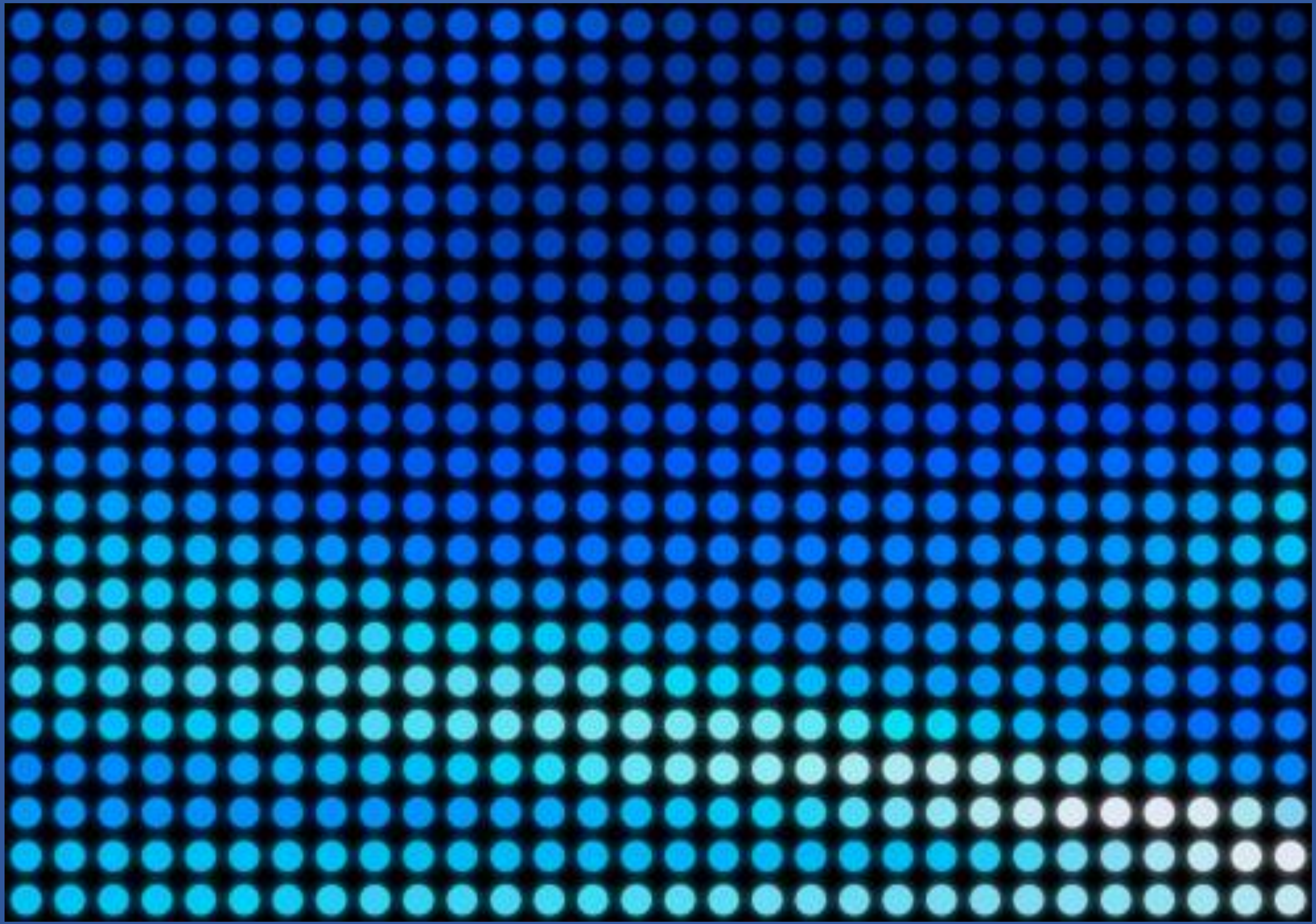
$\vec{C}$ = A*B= $(a_2 b_3 - a_3 b_2, a_3 b_1 - a_1 b_3, a_1 b_2 - a_2 b_1)$

[20]:

```python
C = np.cross(A,B)
print("Vecteur A :", A)
print("Vecteur B :", B)
print("Produit vectoriel A x B :", C)
```

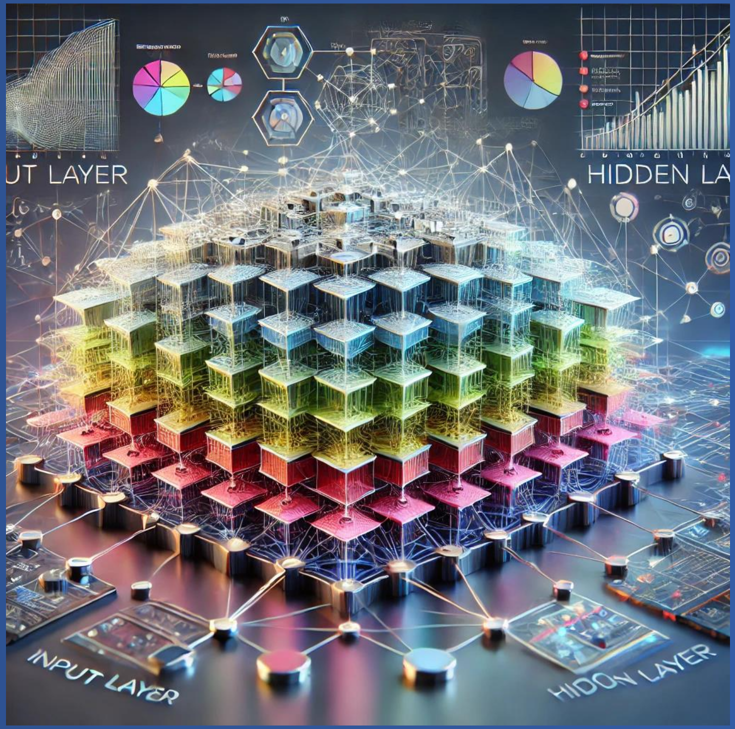
```
Vecteur A : [1 2 3]
Vecteur B : [5 6 7]
Produit vectoriel A x B : [-4  8 -4]
```

Les matrices




THE MATRIX IS EVERYWHERE.
YOU CAN SEE IT WHEN
YOU LOOK OUT YOUR WINDOW
OR WHEN YOU TURN ON
YOUR TELEVISION.

Pourquoi les matrices sont importantes ?



Manipuler de grandes quantités de données en science de données, et passage de données dans les réseaux de neurones

Traitement de l'image (CV)

From the book Deep Learning for Vision Systems

Matrices – Définition et Types

Définition des matrices :

- Tableau rectangulaire de nombres organisé en lignes et colonnes.
- Exemple : Une image (grayscale) est une matrice de pixels.

- Types de matrices

  - Exemple d’une matrice 3×3 (3 lignes et 3 colonnes) :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} 3 \text{ X } 1 \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \; 1 \text{ X } 3$$

- Si une matrice a m lignes et n colonnes, on dit que la taille de la matrice est m par n, notée $m \times n$.
- On utilise M_{mxn} pour désigner l'ensemble de toutes les matrices dont la taille est $m \times n$.

$$\begin{array}{cc} & \text{3 colonnes} \\ \text{2 lignes} & \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \in M_{2x3} \\ & \boxed{2 \text{ X } 3} \end{array} \qquad \begin{array}{cc} & \text{2 colonnes} \\ \text{3 lignes} & \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \in M_{3x2} \\ & \boxed{3 \text{ X } 2} \end{array}$$

Les matrices

- **Indice de composante :** Le scalaire situé à la i^e ligne et à la j^e colonne est appelé l'élément (i, j) de la matrice.

(1,2)-entry

$$A = \begin{bmatrix} 2 & \boxed{3} & 5 \\ 3 & 1 & -1 \\ \boxed{-2} & 1 & \boxed{1} \end{bmatrix}$$

(3,1)-entré

(3,3)-entré

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

$$A = [\boldsymbol{a}_1 \quad \boldsymbol{a}_2 \quad \dots \quad \boldsymbol{a}_n]$$

vecteur

Matrice : proprietés

- Deux matrices de même taille peuvent être additionnées ou soustraites.
- Une matrice peut être multipliée par un scalaire.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ 8 & 0 \\ 9 & 2 \end{bmatrix} \quad 9B = \begin{bmatrix} 54 & 81 \\ 72 & 0 \\ 81 & 18 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 7 & 13 \\ 10 & 5 \\ 12 & 8 \end{bmatrix} \quad A - B = \begin{bmatrix} -5 & -5 \\ -6 & 5 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}$$

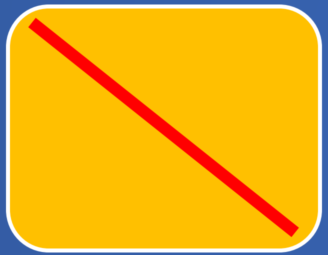
Properties des matrices

- A, B, C sont des matrices de dimensions mxn , s et t sont des scalaires
  - $A + B = B + A$
  - $(A + B) + C = A + (B + C)$
  - $(st)A = s(tA)$
  - $s(A + B) = sA + sB$
  - $(s+t)A = sA + tA$

Types de matrices: matrice carée et triangulaire

- Une matrice est dite carrée si le nombre de lignes est égal au nombre de colonnes (n × n).

n

m  $m = n$

diagonal

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrice traiangulaire supérieur *Matrice traiangulaire inférieur*

Types de matrice

Est ce que la matrice I_3 est une matrice diagonal? **YES**

La matrice $O_{3\times3}$ est elle diagonal? **YES**

- Matrice diagonal

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Tous les éléments non diagonaux sont égaux à "0".

- Matrix identité

$$\mathrm{I}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Est une matrice carrée particulière qui joue un rôle semblable à celui du nombre 1

- Matrix nulle (zero)

$$O_{2\times3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

désigné par O ou $O_{m\times n}$

Transpose

- Si A est une matrice mxn, A^T (transposée de A) est une matrice nxm dont l'entrée (i,j) est l'entrée (j-i) de A.

$$\begin{array}{c} (1,2) \\ A = \begin{bmatrix} 6 & \boxed{9} \\ 8 & 0 \\ 9 & \boxed{2} \end{bmatrix} \\ (3,2) \end{array} \xrightarrow{\text{Transposée}} A^T = \begin{bmatrix} 6 & 8 & 9 \\ \boxed{9} & 0 & \boxed{2} \end{bmatrix}$$

$$(2,1) \qquad (2,3)$$

Transpose : proprietés

- A et B sont deux matrices de mxn, et s est un scalaire
- $(A^T)^T = A$
- $(sA)^T = sA^T$
- $(A + B)^T = A^T + B^T$

$$\left.\begin{array}{l}(sA)^T = sA^T \\ (A + B)^T = A^T + B^T\end{array}\right\}$$ This is a linear system ☺

Matrix Symétrique $\quad A^T = A$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & 5 \end{bmatrix} = A^T \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \neq B^T$$

Matrice Orthogonale

- Une matrice carrée A est dite **orthogonale** si elle satisfait la propriété suivante : A^T A= I, où A^T est la transposée de A et,
- I est la matrice identité. Cela signifie que les lignes (ou colonnes) de A forment un ensemble de vecteurs orthonormés.

Considérons la matrice suivante :

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

Calculons la Transposée de A

$$A^T = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

$$A^T A = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

Effectuons les calculs :

$$A^T A = \begin{pmatrix} (\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}) & (\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (-\frac{1}{\sqrt{2}})) \\ (\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + (-\frac{1}{\sqrt{2}}) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}) & (\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + (-\frac{1}{\sqrt{2}}) \cdot (-\frac{1}{\sqrt{2}})) \end{pmatrix}$$

Cela simplifie à :

$$A^T A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

Opérations sur les matrices

- Les principales opérations sur les matrices sont essentielles en algèbre linéaire et
- servent de base à de nombreux domaines tels que :
    - la résolution de systèmes d'équations linéaires,
    - le calcul numérique, et
    - l'apprentissage automatique.

1. Addition de matrices

- Deux matrices de **même dimension** peuvent être additionnées en additionnant les éléments correspondants.

Exemple :

Si $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ et $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 7 \\ 1 & 9 \end{bmatrix}$, alors :

$$A+B = \begin{bmatrix} 1+2 & 4+4 \\ 2+5 & 5+7 \\ 3+1 & 6+9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 7 & 12 \\ 4 & 15 \end{bmatrix}$$

2. Soustraction de matrices

- Comme pour l'addition, deux matrices de **même dimension** peuvent être soustraites en soustrayant les éléments correspondants.

Exemple :

Si A = $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \\ 3 & 11 \end{bmatrix}$ et B = $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 7 \\ 1 & 9 \end{bmatrix}$, alors :

$$A\text{-}B = \begin{bmatrix} 3-2 & 5-4 \\ 5-5 & 9-7 \\ 3-1 & 11-9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Multiplication par un scalaire

- Une matrice peut être multipliée par un **scalaire** en multipliant tous ses éléments par ce nombre.
- Exemple :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \\ 3 & 11 \end{bmatrix}$$ et le scalaire k =2, alors :

$$k.A = 2 * A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \\ 3 & 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 10 \\ 10 & 18 \\ 6 & 22 \end{bmatrix}$$

4. Multiplication de 2 matrices

- Deux matrices A et B peuvent être multipliées si le nombre de **colonnes** de A est égal au nombre de **lignes** de B.

- A = $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ et B = $\begin{bmatrix} 3 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 7 \end{bmatrix}$

- A*B = $\begin{bmatrix} 1*3+1*2 & 1*5+1*4 & 1*6+1*7 \\ 0*3+2*2 & 0*5+2*4 & 0*6+2*7 \\ 2*3+2*2 & 2*5+2*4 & 2*6+2*7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 9 & 13 \\ 4 & 8 & 14 \\ 10 & 18 & 26 \end{bmatrix}$

5. Transposition

- La transposition d'une matrice A consiste à échanger ses **lignes** et ses **colonnes**.

- A = $\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 2 & 3 & 7 \end{bmatrix}$

$$A^T = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

6. Déterminant d'une matrice

6. Calcul du déterminant (pour les matrices carrées)

Le déterminant est un **scalaire** associé à une matrice carrée. Il est utile pour vérifier si une matrice est inversible.

Exemple : Pour $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, le déterminant est donné par :

$$\det(A) = (1 \cdot 4) - (2 \cdot 3) = 4 - 6 = -2$$

Chat GPT, 2024

Matrice inversée

7. Inversion de matrice (matrice inversible uniquement)

La matrice inverse A^{-1} d'une matrice A carrée satisfait $A \cdot A^{-1} = I$, où I est la matrice identité. Elle existe uniquement si le déterminant de A est différent de 0.

Exemple : Pour $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, l'inverse est donnée par :

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1.5 & -0.5 \end{bmatrix}$$

Chat GPT, 2024

Quelques exemples pratiques sur la manipulation de matrices en utilisant la bibliothèque numpy

- Bibliothèque numpy

Importation de bibliothèque necessaires

[2]:
```
# Installation de la bibliothèque numpy
!pip install numpy
```

```
Requirement already satisfied: numpy in /opt/miniconda3/lib/python3.12/site-packages (1.26.4)
```

[20]:
```
import numpy as np
print(np.__version__)
```

```
1.26.4
```

Addition et soustraction de matrices

1. Addition et Soustraction de Matrices

[4]:

```
import numpy as np

# Définir les matrices A et B
A = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6], [7, 8, 9]])
B = np.array([[9, 8, 7], [6, 5, 4], [3, 2, 1]])

# Addition de matrices
C = A + B
print("Addition de A et B:\n", C)

# Soustraction de matrices
D = A - B
print("Soustraction de A et B:\n", D)
```

```
Addition de A et B:
 [[10 10 10]
 [10 10 10]
 [10 10 10]]
Soustraction de A et B:
 [[-8 -6 -4]
 [-2  0  2]
 [ 4  6  8]]
```

Multiplication de matrices par scalaire et par matrice

2. Multiplication par un Scalaire

[5]:
```python
# Définir la matrice A
A = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6], [7, 8, 9]])

# Scalaire
k = 2

# Multiplication par un scalaire
B = k * A
print("Multiplication de A par le scalaire 2:\n", B)
```

```
Multiplication de A par le scalaire 2:
 [[ 2  4  6]
 [ 8 10 12]
 [14 16 18]]
```

3. Multiplication de 2 matrices

[6]:
```python
# Définir les matrices A et B
A = np.array([[1, 2], [3, 4], [5, 6]])
B = np.array([[7, 8, 9], [10, 11, 12]])

# Multiplication de matrices
C = np.dot(A, B)
print("Multiplication de A et B:\n", C)
```

Transposition et déterminant de matrices

4. Transposition de Matrices

[7]:
```python
# Définir la matrice A
A = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6]])
print("La matrice A:\n", A)
# Transposition
A_T = np.transpose(A)
print("Transposée de A:\n", A_T)
```

```
La matrice A:
 [[1 2 3]
 [4 5 6]]
Transposée de A:
 [[1 4]
 [2 5]
 [3 6]]
```

5. Déterminant d'une Matrice

21]:
```python
# Définir la matrice A
A = np.array([[1, 2], [3, 4]])
# Calcul du déterminant
det_A = np.linalg.det(A)
print("Déterminant de A:", det_A)
```

```
Déterminant de A: -2.0000000000000004
```

Inversion et décomposition d’une matrice

Code | JupyterLab | Python 3 (ipykernel)

6. Inversion d'une Matrice

[19]:
```
# Définir la matrice A
A = np.array([[1, 2], [3, 4]])
print("La mtarice A:\n", A)

# Calcul de l'inverse
A_inv = np.linalg.inv(A)
print("Inverse de A:\n", A_inv)
```

```
La mtarice A:
 [[1 2]
 [3 4]]
Inverse de A:
 [[-2.   1. ]
 [ 1.5 -0.5]]
```

7. Décomposition LU

[15]:
```
from scipy.linalg import lu

# Définir la matrice A
A = np.array([[4, 3], [6, 3]])
print("Matrice A : ", A)

# Décomposition LU
P, L, U = lu(A)
print("Matrice L:\n", L)
print("Matrice U:\n", U)
```