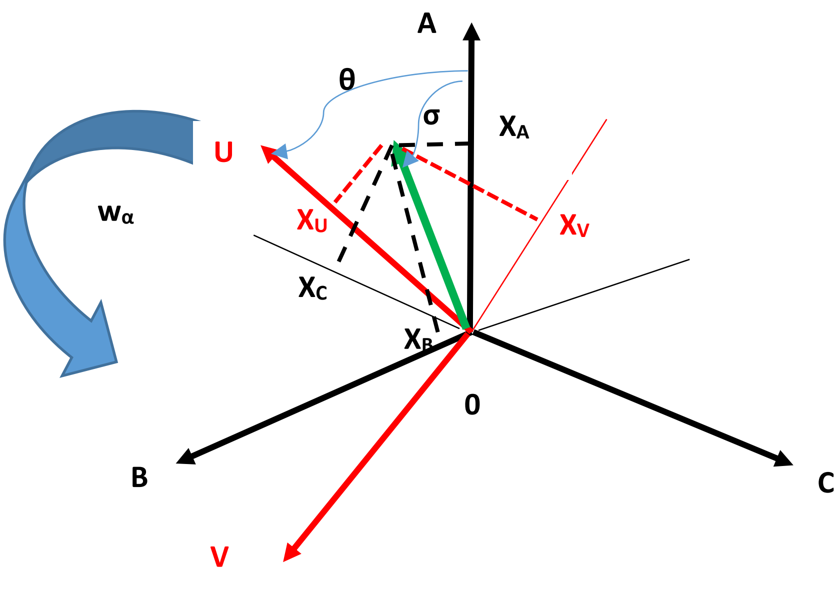
CHAPITRE II

Différents transformations triphasées-biphasées

Les transformations d'un système triphasé vers un système biphasé et vice versa permettent de faciliter la modélisation des machines électriques ainsi que leurs commandes.

2.1 Transformation de Park

Soit la figure 1 représentant le vecteur tournant crée par les trois (3) courants de phases.



Où, système d'axe triphasé ABC et système d'axe biphasé (U, V)

L'angle $\theta = \int w_\alpha dt = w_\alpha t$ où w_α est la vitesse angulaire du système biphasé par rapport au système triphasé.

La projection du vecteur courant sur les trois axes triphasé ABC permet d'obtenir :

$$X_A = X.\cos(\sigma)$$
$$X_B = X.\cos(\sigma + \frac{2.\pi}{3}) \qquad (2.1)$$
$$X_c = I.\cos(\sigma - \frac{2.\pi}{3})$$

Et, sa projection sur l'axe biphasé, on obtient :

$$X_U = X.\cos(\theta - \sigma)$$
$$X_v = -X.\sin(\theta - \sigma) \qquad (2.2)$$

Rappelons que :

$$\cos(a-b) = \frac{2}{3}[\cos(a).\cos(b) + \cos\left(a - \frac{2.\pi}{3}\right).\cos\left(b - \frac{2.\pi}{3}\right) + \cos\left(a - \frac{4.\pi}{3}\right).\cos\left(b - \frac{4.\pi}{3}\right)] \quad (2.3)$$

Et,

$$\sin(a-b) = \frac{2}{3}(\sin(a).\sin(b) + \sin\left(a - \frac{2.\pi}{3}\right).\sin\left(b - \frac{2.\pi}{3}\right) + \sin\left(a - \frac{4.\pi}{3}\right).\sin\left(b - \frac{4.\pi}{3}\right)) \quad (2.4)$$

En appliquant à X_U et X_W ces dernières expressions trigonométriques, on obtient :

$$X_U = \frac{2}{3}X.[\cos(\theta).\cos(\sigma) + \cos\left(\theta - \frac{2.\pi}{3}\right).\cos\left(\sigma - \frac{2.\pi}{3}\right) + \cos\left(\theta - \frac{4.\pi}{3}\right).\cos\left(\sigma - \frac{4.\pi}{3}\right)) \quad (2.5)$$

Soit,

$$X_U = \frac{2}{3}[X_A.\cos(\theta) + X_B.\cos\left(\theta + \frac{2.\pi}{3}\right) + X_C.\cos\left(\theta + \frac{4.\pi}{3}\right)] \quad (2.6)$$

Et,

$$X_V = \frac{2}{3}X.[\sin(\theta).\sin(\sigma) + \sin\left(\theta - \frac{2.\pi}{3}\right).\sin\left(\sigma - \frac{2.\pi}{3}\right) + \sin\left(\theta - \frac{4.\pi}{3}\right).\sin\left(\sigma - \frac{4.\pi}{3}\right)) \quad (2.7)$$

Soit,

$$X_V = -\frac{2}{3}[X_A.\sin(\theta) + X_B\sin\left(\theta + \frac{2.\pi}{3}\right) + X_c\sin\left(\theta + \frac{4.\pi}{3}\right)] \quad (2.8)$$

En plus des deux composantes (X_U et X_V), on ajoute la composante homopolaire (X_o) définit par l'expression (2.9) pour garder les caractéristiques du système.

$$X_o = \frac{2}{3}(X_A + X_B + X_C) \quad (2.9)$$

D'où, la représentation matricielle du passage du système triphasé en biphasé.

$$\begin{bmatrix} X_U \\ X_V \\ X_O \end{bmatrix} = \frac{2}{3}.\begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2.\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{4.\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta + \frac{2.\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{4.\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_A \\ X_B \\ X_C \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Alors, on définit la matrice de transformation de Park

$$[P] = \frac{2}{3}.\begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2.\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{4.\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta + \frac{2.\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{4.\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Le système (X) s'écrit donc comme suite :

$$[X_{UVO}] = [P].[X_{ABC}] \quad (2.12)$$

Or que le passage inverse s'écrit par la relation suivante :

$$[X_{ABC}] = [P]^{-1}.[X_{UVO}] \quad (2.13)$$

Et, la matrice de transformation inverse de Park est :

$$[P]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 1 \\ \cos(\theta + \frac{2.\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2.\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta + \frac{4.\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{4.\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Pour maintenir la notion de la puissance instantanée pour les deux systèmes (triphasé et biphasé) les matrices de transformation de Park directe et inverse doivent être modifiées afin que la puissance instantanée des deux systèmes soit invariante. Soit :

$$[P] = \sqrt{\frac{2}{3}}.\begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2.\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{4.\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta + \frac{2.\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{4.\pi}{3}) \\ \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Et,

$$[P]^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}}.\begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & \sqrt{\frac{1}{2}} \\ \cos(\theta + \frac{2.\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2.\pi}{3}) & \sqrt{\frac{1}{2}} \\ \cos(\theta + \frac{4.\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{4.\pi}{3}) & \sqrt{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

2.2 Transformation de Clark

Elle permet le passage du système triphasé à un système biphasé immobile (w_α =0 ou de même θ=0) et ses composantes sont notées avec les indices α et ß. Ainsi, la matrice de transformation de park non modifiée dite de Clark est :

$$[C_L] = \frac{2}{3}.\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\sqrt{\frac{3}{2}} & \sqrt{\frac{3}{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Et, son inverse est :

$$[C_L]^{-1} = \frac{2}{3}.\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\sqrt{\frac{3}{2}} & 1 \\ -\frac{1}{2} & \sqrt{\frac{3}{2}} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Les représentations matricielles du passage du système triphasé vers le système biphasé (α, ß) et vice versa s'écrivent, respectivement, par les relations suivantes :

$$[X_{\alpha ß O}] = [C_L].[X_{ABC}] \qquad (2.19)$$

$$[X_{ABC}] = [C_L]^{-1}.[X_{\alpha ß 0}] \qquad (2.20)$$

2.3 Transformation de Concordia

La transformation de Concordia est celle de Clark modifiée.

$$[C_0] = \frac{2}{3}.\begin{bmatrix} \sqrt{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & -\sqrt{\frac{3}{2}} & \sqrt{\frac{3}{2}} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad (2.21)$$

D'où, son inverse est donné par :

$$[C_0]^{-1} = \sqrt{\frac{3}{2}}\begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 & 1 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\sqrt{\frac{3}{2}} & 1 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \sqrt{\frac{3}{2}} & 1 \end{bmatrix} \qquad (2.22)$$

Le passage du système triphasé vers le système biphasé (α, ß) s'écrit :

$$[X_{\alpha ß O}] = [C_0].[X_{ABC}] \qquad (2.23)$$

Et, le passage inverse s'écrit :

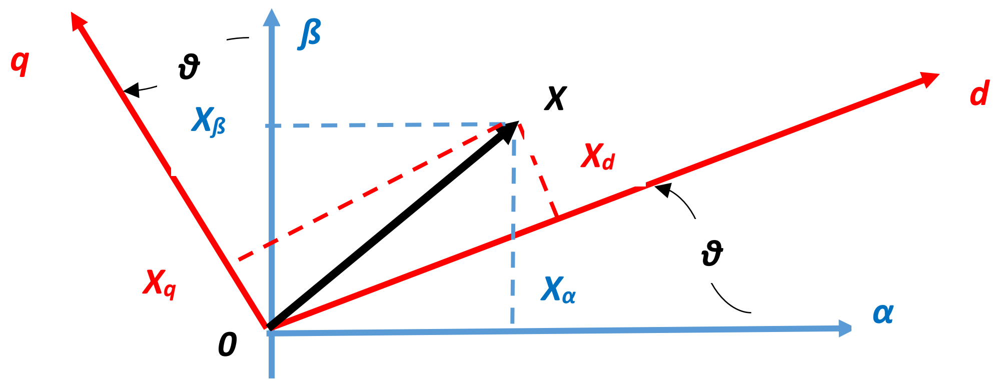
$$[X_{ABC}] = [C_0]^{-1}.[X_{\alpha ß 0}] \qquad (2.24)$$

Remarque :

Si le système biphasé tourne à la vitesse de synchronisme ($W_\alpha = W_s = 2\pi f$) avec f=50Hz et le système (UV) devient(dq) , alors θ_s devient constante , ce qui permet de dire que les composantes bipolaire (I_{dq}) sont continues.

2.4 Relation entre les références fixe (α,ß) et mobile (dq)

Considérons une rotation d'un angle θ entre les deux références comme le montre la figure 2.



La projection du vecteur X sur les deux axes permet de déduire :

$$X_\alpha = X_d.\cos(\theta) - X_q.\sin(\theta) \tag{2.25}$$

$$X_ß = X_d.\sin(\theta) + X_q.\cos(\theta) \tag{2.26}$$

Et, qu'on peut l'écrire sous forme matricielle comme suite :

$$\begin{bmatrix} X_\alpha \\ X_ß \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_d \\ X_q \end{bmatrix} \tag{2.27}$$

Où, on appelle matrice de rotation R(θ) et R^{-1}(θ) et qu'on exprime par les relations suivantes :

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \tag{2.28}$$

$$R^{-1}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \tag{2.29}$$

Alors,

$$\begin{bmatrix} X_d \\ X_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_\alpha \\ I_ß \end{bmatrix} = R^{-1}(\theta).\begin{bmatrix} X_\alpha \\ X_ß \end{bmatrix} \tag{2.30}$$