Chapitre 2 :
Représentation de connaissances

Logique des Prédicats

2. Logique des prédicats

❑La logique propositionnelle

La logique propositionnelle ne permet de décrire que des constructions simples du langage, consistant essentiellement en des opérations booléennes sur les propositions.

EXP:

- **les gents qui ont la rougeole doivent prendre le médicament x : $(r \longrightarrow x)$**

- **Les gents qui ont de la fièvre et des points rouges au font de la gorge ont la rougeole: $((f \wedge g) \longrightarrow r)$**

❑La logique propositionnelle

- **On peut grâce à elle, étudier dans un cadre formel la valeur de vérité de formules relativement expressives.**
- **insuffisante pour représenter des propriétés de langage effectivement utilisées en informatique, linguistique ou en mathématique.**
- **Elle sert néanmoins de base à la construction de systèmes formels plus expressifs.**

❑La logique propositionnelle

Exemple :

$G = (A \lor B) \land C$

==> 8 interprétations possibles

A	B	C	G
V	V	V	V
V	V	F	F
V	F	V	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	V	F	F
F	F	V	F
F	F	F	F

Logique des prédicats

❑La logique des prédicats, ou logique du premiers ordre:

est par nature plus expressive que la logique des propositions et permet de représenter ses types de connaissances relatifs à des environnements complexes.

La formalisation du raisonnement suivant lui échappe à la logique propositionnelle

- Certaines personnes, assistant à tous les festivals
- Aucune personne assiste à un festival inintéressant

Peut – on conclure que tous les festivals sont intéressants?

En logique propositionnelle, on peut réaliser la déduction suivantes:

- Le festival culturel est intéressant
- Un festival inintéressant n'attire pas de nombreux spectateurs

Logique des prédicats

- On peut facilement effectuer le même raisonnement avec une autre proposition:
« le festival sportif est intéressant »
- On pourrait envisager des choses intéressantes dans un autre contexte.
Par exemple en remplaçant « festival de quelque chose par musé de quelque chose » et «personne» par « touriste », cela fait toujours du sens.
- Mais cela nécessite d'écrire une nouvelle proposition à chaque fois.
- En fait on aimerait dissocier « intéressant » de « festival » ou « musé » de tel sorte que ce soit une propriété du festival qui n'a pas nécessairement la même valeur selon que le festival soit culturel ou sportif .
- On voudrait aussi pouvoir exprimer des relations entre plusieurs objets, par exemple que le festival culturel et sportif se trouvent dans la même ville.

Logique des prédicats

On souhaiterait exprimer que des propriétés sont vraies pour « certaines personnes» ou pour « tous les festivals ».

La logique des prédicats, ou logique du 1er ordre est par nature plus expressive que la logique des propositions et permet de représenter ses types de connaissances relatifs à des environnements complexes. Elle est construite à partir de la logique propositionnelle et s'inspire du langage naturel pour définir:

Logique des prédicats : 1. syntaxe

1.1 Vocabulaire (l'alphabet):

Le vocabulaire de la logique des prédicats est constitué :

- **un ensemble de variable (X,Y,Z,….)**
- **Un ensemble de Constantes individuelles (a, b, c,)**
- **Un ensemble de Fonctions (f,g,h,…)**
- **Un ensemble de Prédicats, ou relations (P,Q,R,…)**

L'arité d'un prédicat est le nombre d'argument du prédicat. C'est un nombre positif

Si le prédicat est d'arité 0 il correspond à la notion de proposition de la logique des propositions

Logique des prédicats

- Les connecteurs (ou constantes logiques): ¬, Λ, V, Ξ, ⇒
- Les délimiteurs : les parenthèses ( )
- Les deux constantes propositionnelles : **V (vrai)** et **F (faux)**

- Les quantificateurs universel ∀ et existentiel ∃

Logique des prédicats

Formules

Une formule en logique des prédicats se construit similairement à une formule en logique des propositions. En fait un prédicat va jouer un rôle analogue à une proposition. On doit en plus prendre en compte les quantifications :

1. P(x1, . . . , xn) est une formule atomique ;
2. t1 = t2 est une formule atomique(comparer les deux termes) ;
3. si F est une formule, alors $\neg$F est une formule ;
4. si F et G sont des formules, alors (F $\wedge$G), (F $\vee$G), (F $\Rightarrow$ G), etc. sont des formules ;
5. si F est une formule et x une variable, alors $\forall$x.F et $\exists$x.F sont des formules.

Logique des prédicats

Quantificateurs

- **Quantificateur universel:** **exprime le fait que tous les éléments d'un ensemble d'objets sur lequel s'exprime un prédicat vérifient ce prédicat, c- à-d ∀x.P(x) est vrai revient à considérer que**

P(a1) ∧ · · · ∧ P(an) est vrai, si {a1, . . . , an} est le domaine de x

- **Quantificateur existentiel:** **exprime le fait qu'au moins un des éléments d'un ensemble d'objets sur lequel s'exprime un prédicat vérifie ce prédicat c-à-d ∃x.P(x) est vrai revient à considérer**

que P(a1) ∨ · · · ∨ P(an) est vrai, si {a1, . . . , an} est le domaine de x.

Logique des prédicats

- **Quantificateurs imbriqués:**

Notons que l’ordre des quantificateurs n’est pas anodin. En effet, « tout le monde aime quelqu’un » s’écrirait $\forall x\ (\exists y\ Aime(x, y))$, qui n’a pas exactement le même sens que « il y a quelqu’un qui est aimé par tout le monde » qui s’écrirait $\exists y\ (\forall x\ Aime(x, y))$.

Logique des prédicats

1.2 Termes

Un terme est une expression logique qui renvoie une valeur à un objet.

Par définition, tout terme est engendré par application des deux lois suivantes:

- **constantes et variables sont des termes**
- **si f est un symbole de fonction d'arité n (n>=1) et si t1..tn sont des termes alors f(t1..tn) est un terme**

Logique des prédicats

Exemple :

- Les constantes « Mohamed » ou « IA » sont des termes
- Les variable X,Y,Z sont des termes.

Un terme composé est construit à l'aide d'une fonction, par exemple « père(MOHAMED) » ou « cours(IA) ». sont des termes

- successeur(X) est un terme
- poids(b) est un terme
- successeur(poids(b)) est un terme

P(X, bleu) n'est pas un terme (P est prédicat)

poids(P(X)) n'est pas un terme

Logique des prédicats

1.3 - Les atomes

Par définition, tout atome est engendré par application des deux lois suivantes:

- **Les propositions sont des atomes**
- **si P est un prédicat d'arité n (n >=1) et si t1..tn sont des termes alors**

P(t1..tn) est un atome

Exemple :

P(X, bleu) est un atome

VIDE est un atome

ENTRE(table , X, appui(fenêtre)) est un atome

successeur(X) n'est pas un atome (fonction)

appui(fenêtre) n'est pas un atome (fonction)

Logique des prédicats

1.4 - Les formules bien formées

**Le langage est constitué de l'ensemble des Formules Bien Formées FBF (appelées aussi
expressions bien formées défini comme suit :**

- **atomes sont des fbfs**
- **si F et G sont des fbfs alors ($\neg$ G), (F $\vee$ G), (F $\wedge$ G), (F $\Rightarrow$ G) et (F Ξ G) sont des fbfs**
- **si G est une fbf et X une variable alors ($\forall$X)G et ($\exists$X)G sont des fbfs.**

toutes les fbfs sont obtenues par application des 3 règles ci-dessus.

Logique des prédicats

1.5 – Variable libre et liées

une occurrence de X est liée dans une fbf si elle est dans le champ d'un quantificateur ∀ ou ∃ qui l'utilise ou si elle le suit.

Sinon cette occurrence est dite libre

Exemples

Champ ou portée d'un quantificateur = la fbf sur laquelle il s'applique

$\forall X\, \exists Y\, (P(X, Y) \land \exists Z\, Q(X, Z))$

le champ de X est $\exists Y\ (P(X, Y) \land \exists Z\, Q(X, Z))$

le champ de $\exists Y$ est $(P(X, Y) \land \exists Z\ Q(X, Z))$

le champ de $\exists Z$ est $Q(X, Z)$

Logique des prédicats

Exemples :

A = ∀ X ∃ Y (P(X, Y) ∧ Q(X , Z)) ∧ R(X)
liée liée liée liée liée libre libre

B = ∀ X ((∃ Y Q(X, Y)) ∧ P(X, Y, Z))
liée liée liée liée liée libre libre

Une variable est libre (resp. liée) si au moins une de ses occurrences est libre (resp. liée)

Logique des prédicats

Exemples

A = $\forall$ X $\exists$ Y (P(X, Y) $\wedge$ Q(X , Z)) $\wedge$ R(X)

liée liée liée liée   liée libre libre

Variables libres de A = {Z, X}

Variables liées de A = {X, Y}

B = $\forall$ X (($\exists$ Y (Q(X, Y) $\wedge$ P(X, Y, Z))

liée liée liée liée   liée libre libre

Variables libres de B = {Z, Y}

Variables liées de B = {X, Y}

Une fbf sans variable libre est dite close ou fermée

Exemple : = $\forall$ X $\exists$ Y (Q(X, Y) $\wedge$ $\forall$Z P(X, Y, Z))

liée liée   liée liée liée

Logique des prédicats

Exemples :

- **(∃ X) (∀) (P(X, Y) V Q(X, Y) ⇒ R(X))**

et ((Ø,(P(a) ⇒ P(b))) ⇒ Ø,P(b)) sont des fbfs

- **(Ø,(f(a)))**

et f(P(a)) ne sont pas des fbfs

Ordre de priorité des connecteurs

(Le plus prioritaire)

¬, ∃, ∀ ,Λ, V, ⇒ , Ξ

Logique des prédicats

Exercice :

Soient A(X,Y), B(X), C(X,Y), D(X) des fbfs.
Essayez de déterminer si les formules suivantes appartiennent à la logique des prédicats :

a) $(\exists X \, \forall Y \, A(X, Y) \Rightarrow \forall X \, \neg D(X))$ fbf

b) $(\forall X \, \exists Y \, (A(X,Y) \wedge D(B(X)))$,

D(B(X)) n'est pas une fbf :B(X) est un prédicat n'est pas un terme

Alors $(\forall X \, \exists Y \, (A(X,Y) \wedge D(B(X)))$, D(B(X))) n'est pas une fbf

Logique des prédicats:2. Sémantique

La sémantique attribue une signification aux expressions, elle est compositionnelle :
la signification d'une formule est fonction de celle de ses constituants.

2.1 Interprétation

Une interprétation d'une fbf G est définie par les cinq étapes suivantes :

1. Choix d'un domaine d'interprétation non vide D

2. Assignation à chaque constante de G d'un élément de D

Logique des prédicats:2. Sémantique

3. Assignation à chaque proposition de G d'un élément de {V, F}

4. Assignation à chaque prédicat d'arité n (n>=1) d'une application de Dn dans {V, F}

5. Assignation à chaque fonction d'arité (n>=1) d'une application de Dn dans D.

on dit alors qu'on a une interprétation de G sur D

Logique des prédicats:2. Sémantique

Exemples :

Soient les fbfs :

- **G1 : $(\forall X)\ P(X)$**
- **G2 : $(\forall X)\ (\exists Y)\ Q(X, Y)$**
- **G3 : $(\forall X)\ (R(X) \wedge T(f(X), a))$**

Soit une interprétation i1 de G1

i1 : D1 = {1, 2} où

- **i1[P(1)] = F**
- **i1[P(2)] = V**

Logique des prédicats:2. Sémantique

G2 : $(\forall X)\ (\exists Y)\ Q(X, Y)$

Soit une interprétation I2 de G2

i2 : D2 = {1, 3} où

- **i2[Q(1, 1)] = F**
- **i2[Q(1, 3)] = V**
- **i2[Q(3, 1)] = F**
- **i2[Q(3, 3)] = F**

Logique des prédicats:2. Sémantique

G3 : $(\forall X)\ (R(X) \land T(f(X), a))$

Soit une interprétation i3 de G3

i3 : D3 = {4, 5}, a = 4, f(4) = 5, f(5) = 4

- **i3[R(4)] = V**
- **i3[R(5)] = F**
- **i3[T(4, 4)] = V**
- **i3[T(5, 4)] = V**

Logique des prédicats:2. Sémantique

2.2 - Valeur selon une interprétation

Soit une interprétation i de domaine D d'une fbf G :

1. **Si G est une proposition alors la valeur qui lui est assignée par définition de i est appelée valeur de G selon i (ou dans i)**
2. **Si G est un littéral non propositionnel alors pour chaque choix de valeurs dans D pour les variables de G (s'il en existe) on obtiendra une valeur V** ou **F en suivant la définition de i. Cette valeur est dite valeur de G selon i pour le choix des valeurs de variables.**

Pour G3

$(\forall X)\ (R(X) \land T(f(X), a))$

$T(f(X), a) = V$ si $X = 4$ et $a = 4$ alors G est vrai pour ces valeurs

Logique des prédicats:2. Sémantique

3. Si G est de la forme (∀ X)G', la valeur de G sera V, si la valeur de G'
selon i pour toutes les valeurs de la variable (dans D) est V sinon la valeur de G sera F
G1 est F selon l'interprétation i1

4. Si G est de la forme (∃ X) G', la valeur de G sera V si la valeur de G'
selon i pour au moins une valeur de X (dans D) est V sinon la valeur de G sera F
Valeur de Q(X, Y) dans I2 est V quand X = 1 et Y = 3 donc
∃ Y Q(X, Y) est V selon I2 quand X=1

Logique des prédicats:2. Sémantique

5. Si G est de la forme ($\neg$G') ou (G' $\wedge$ G") ou (G' $\vee$ G") ou (G'$\Rightarrow$ G") ou (G'Ξ G"),

les connecteurs gardent la même sémantique qu'en calcul propositionnel.

On définira la valeur de G selon i (quand les valeurs G' et G" selon i seront définies) au moyen des tables de vérité.

Logique des prédicats:2. Sémantique

Remarques :

1. Il y a une infinité d'interprétations pour G

$G1 = \forall X \exists Y P(X, Y)$

Si $D = N$

i1 : $P(X, Y)$ est équivalent à $X \geq Y$ G1 est V dans i1

i2 : $P(X, Y)$ est équivalent à $X > Y$ G1 est F dans i2

si $X=0$ il n'existe pas $Y<0$ dans N

Logique des prédicats:2. Sémantique

2.On ne peut pas interpréter une fbf contenant des variables libres

G4 : Q(Y) Y libre dans G4

Soit I : D où Q : D élément de {V, F}

Quel sens attribuer à la variable libre ?

soit constante ?

soit variable parcourant D ? ==> V

==> On se limitera aux fbfs fermées

2.3 - Théorèmes d'équivalence-1

Soient A, B et C des formules bien formées :

1. **Implication matérielle**

$A \Rightarrow B \equiv \neg A \lor B$

2. **Equivalence matérielle**

$A \longleftrightarrow B \equiv (A \Rightarrow B) \land (B \Rightarrow A)$

3. **Commutativité**

a) $A \lor B \equiv B \lor A$

b) $A \land B \equiv B \land A$

4. **Associativité**

a) $(A \lor B) \lor C \equiv A \lor (B \lor C)$

b) $(A \land B) \land C \equiv A \land (B \land C)$

2.3 - Théorèmes d'équivalence -2

5. **Distributivité**

a) $A \lor (B \land C) \equiv (A \lor B) \land (A \lor C)$

b) $A \land (B \lor C) \equiv (A \land B) \lor (A \land C)$

6. a) $A \lor V \equiv V$

   b) $A \land V \equiv A$

7. a) $A \lor F \equiv A$

   b) $A \land F \equiv F$

8. **Complémentarité**

a) $A \lor \neg A \equiv V$

b) $A \land \neg A \equiv F$

9. **Involution**

$(\neg(\neg A)) \equiv A$

2.3 - Théorèmes d'équivalence-3

10. **Lois de de Morgan**

a) $\neg(A \vee B) \equiv (\neg A) \wedge (\neg B)$

b) $\neg(A \wedge B) \equiv (\neg A) \vee (\neg B)$

11. a) $A \vee ((\neg A) \wedge B) \equiv A \vee B$

    b) $A \wedge ((\neg A) \vee B) \equiv A \wedge B$

12. **Identité**

a) $A \wedge A \equiv A$

b) $A \vee A \equiv A$

13. $(\forall X)\ G(X) = (\forall Y)\ G(Y)$

$(\exists X)\ G(X) = (\exists Y)\ G(Y)$

14. $(\neg((\exists X)\ G(X))) = (\forall X)\ (\neg G(X))$

$(\neg((\forall X)\ G(X))) = (\exists X)\ (\neg G(X))$

2.3 - Théorèmes d'équivalence-4

15. $(\forall X)\,(G(X) \wedge H(X)) = (\forall X)\,G(X) \wedge (\forall X)\,H(X)$

$(\exists X)\,(G(X) \vee H(X)) = (\exists X)\,G(X) \vee (\exists X)\,H(X)$

ATTENTION :

$(\forall X)\,(G(X) \vee H(X))$ **non équivalent à** $(\forall X)G(X)\vee(\forall X)H(X)$

$(\exists X)\,(G(X) \wedge H(X))$ **non équivalent à** $(\exists X)\,G(X)\wedge(\exists X)H(X)$

16. $(\forall X)\,F(X) \vee (\forall X)\,H(X) = (\forall X)\,F(X) \vee (\forall Y)\,H(Y)$

$(\exists X)\,F(X) \vee (\exists X)\,H(X) = (\exists X)\,F(X) \vee (\exists Y)\,H(Y)$

$(\forall X)\,F(X) \wedge (\forall X)\,H(X) = (\forall X)\,F(X) \wedge (\forall Y)\,H(Y)$

$(\exists X)\,F(X) \wedge (\exists X)\,H(X) = (\exists X)\,F(X) \wedge (\exists Y)\,H(Y)$

Logique des prédicats

Liens entre ∀ et ∃: lois de Morgan pour les quantificateurs :

$\neg \forall x.F \equiv \exists x.\neg F$

$\neg \exists x.F \equiv \forall x.\neg F$

$\forall x.F \equiv \neg \exists x.\neg F$

$\exists x.F \equiv \neg \forall x.\neg F$

<u>Exp</u>

• « tout le monde déteste les brocolis » revient au même que « il n’existe personne qui aime les brocolis »

•$\forall x.\neg Aime(x, brocolis) \equiv \neg \exists x. Aime(x, brocolis)$

• “Tout le monde aime les glaces”et “il n’y a personne qui n’aime pas les glaces” sont équivalents:

•$\forall x.Aime(x, glaces) \equiv \neg \exists x.\neg Aime (x, glace)$

Prédicats n-aires

- **Prédicat unaire**
  - **MV est une sonde : sonde(mv)**
- **Prédicat binaire**
  - **Mv est une (is a) Sonde : is – a (mv,sonde)**
- **Prédicat ternaire**
  - **MV voyage de la terre vers Mars**
    Voyage(mv, terre, mars)

Prédicats binaires

Du ternaire au binaire :Exemple

- **Les types des attributs du prédicat Voyage sont**
  Voyageur, Origine, Destination :
  Voyage(Voyageur, Origine, Destination)
- **Pour le voyageur sur Mars (Voyage Mars), le Voyageur est mv,**

L'origine est la terre, la destination est mars

- **On a donc : Voyageur (voyage Mars,mv)Λorigine(voyageMars,mv) Λ destination (voyage Mars,mv)**

Prédicats binaires

Du n'aire au binaire :règle

Soit un prédicat : nomPrédicat (val1,val2, …..valn) où les types des valeurs val1…..valn sont typeV1…….typeVn

•La transformation donne

Type V1(nomPredicat, val1)$\wedge$……$\wedge$typeVn(nomPredicat,valn)

3- Quelques notions classiques: validité, insatisfiabilité, conséquence, complétude

3.1 – Validité

Une fbf A est une tautologie (valide) si et seulement si elle est vraie dans toute
interprétation ; **on écrit alors : $\models A$**

Exemple :

$\neg A \lor A$ est une formule valide

Une fbf est **invalide si et seulement si elle n'est pas valide**

Exemple :

$A \land B$ et $A \lor B$ sont deux formules invalides il suffit que A et B soient fausses

Exemple d'Interprétation

- **Interprétons F = $\forall x\ P(x) \Rightarrow Q(x)$ sur le domaine {a,b,c}**
- **Une interprétation possible de la formule**

X	IP(X)	IQ(x)	$I(p \Rightarrow q)(x)$
a	1	1	1
b	0	0	1
c	0	1	1

=> F est vraie
Donc F est valide

- Autre exemple d'interprétation

X	IP(X)	IQ(x)	$I(p \Rightarrow q)(x)$
A	0	1	0
b	0	0	1
c	1	0	0

$\Rightarrow$F est fausse
Donc F n'est pas valide

3.2 – Insatisfaisabilité

Une fbf est **inconsistante ou insatisfiable si et seulement si elle est fausse**
dans toute interprétation

Exemple :

¬ A **∧** A est une formule inconsistante

Une fbf A est **consistante ou satisfiable**

- si et seulement si **elle n'est pas inconsistante**
- si **il existe une interprétation i telle que i[A] = V**
- si **elle admet un modèle**

Exemple :

A **V** B et A **Λ** B sont deux formules consistantes il suffit que A et B soient vraies.

3.2.1 Modèle d'une formule

Définition : Une formule F est vraie pour une interprétation I et on note I |= F, si et seulement si, toute valuation satisfait F pour l'interprétation I. Dans ce cas, I est appelée modèle de F. Autrement dit : I |= F ⇔ (quel que soit V, I |= Fv).

Exemple: Soit F la formule P (f(x, y), x). L'interprétation I de domaine D = N, I(P) = " > ", I(f) = "le est successeur de x" est un modèle de F. Donc I |= F.

3.3 - Conséquence logique

A est une **conséquence logique de E si et seulement si toutes les interprétations qui rendent vraies toutes les formules de E rendent vraie la formule A.**

On écrit alors **E |= A**

On dit qu'une formule C est une conséquence logique de H1.. Hn

- si et seulement si **tout modèle de H1...Hn est un modèle de C**

- si et seulement si **H1 ∧ H2 ∧ ... ∧ Hn ⇒ C est valide**

Dans ce contexte les formule Hi sont les hypothèses et C est la conclusion.

3.4 - Indécidabilité et semi - décidabilité de la logique des prédicats

Lorsqu'une formule ne contient pas de variable, on peut, comme en calcul propositionnel, en utilisant les tables de vérité, déterminer en un nombre fini d'opérations si cette formule est valide ou non inconsistante ou non.

La situation est plus complexe en présence de variables et donc de quantificateurs car il y a une infinité d'interprétations. On montre qu'il est impossible de proposer un algorithme général capable de décider en un nombre fini d'opérations de la validité ou de la non validité de n'importe quelle formule de la logique des prédicats du premier ordre

On dit que la logique des prédicats est indécidable. (Théorème d'indécidabilité de Church).
Cependant, on peut proposer des algorithmes généraux pour décider de la validité de certaines familles de fbfs :

- si la fbf est valide ils s'arrêteront
- si la fbf est non valide ils risquent de ne pas s'arrêter

La logique des prédicats est semi-décidable

Les principales techniques proposées sont :

- le théorème d'Herbrant
- la méthode de Davis et Putman
- le principe de résolution

4 - Représentation des connaissances avec les prédicats

4.1 - L'universelle affirmative

Tous les F sont des G

$\forall X (F(X) \Rightarrow G(X))$

- Tout F est G
- Tout ce qui est F est G
- N'importe lequel F est G
- Les F sont tous G
- Si un être quelconque est F, il est G
- Chaque F est G
- Seuls les G sont F

4.2 - L'universelle négative

- Aucun F n'est G

$\forall X (F(X) \Rightarrow \neg G(X))$

- Il n'y a aucun F et G
- Rien n'est à la fois F et G
- Les F et G n'existent pas

4.3 - La particularité affirmative

- Quelques F sont G

$\exists X (F(X) \wedge G(X))$

- Quelque F est G
- Il y a des F et G
- Quelque chose est à la fois F et G
- Il y a un F et G
- Des F et G existent

4.4 - La particularité négative

- Quelques F ne sont pas G

$\exists X (F(X) \wedge \neg G(X))$

- Quelque F n'est pas G
- Il y a des F et non G
- Quelque chose est à la fois F et non G
- Il y a un F et non G
- Des F et non G existent

Exemple :

soit à traduire le groupes de phrases suivantes :

a) Marcus était un homme

b) Marcus était un pompéien

c) Tous les pompéiens étaient des romains

d) César était souverain

e) Tous les romains étaient fidèles à César, soit le haïssaient

f) Chacun est fidèle à quelqu'un

g) Les gens n'essayent d'assassiner que les souverains auxquels ils ne sont pas fidèles

h) Marcus a essayé d'assassiner César

D'abord je vais constituer l'univers du discours c'est-à-dire je vais d'abord rechercher dans le texte toutes les propositions dont j'ai besoin. Ce qui donne
pour l'exemple l'univers du discours suivant :

D = ensemble des êtres humains

Prédicats :

- **HOMME(X) : X est un homme**
- **POMPEIEN(X) : X est pompéien**
- **SOUVERAIN(X) : X est souverain**
- **ROMAIN(X) : X est romain**
- **PERSONNE(X) : X est une personne**
- **FIDELE(X, Y) : X est fidèle à Y**
- **HAIR(X, Y) : X hait Y**
- **ESSAYER_ASSASSINER(X, Y) : X essaye d'assassiner Y**

Constantes :

- marcus
- cesar

Ensuite, pour chacune des phrases je vais écrire une formule bien formée à l'aide des propositions définies ci-dessus, des connecteurs et des parenthèses.

a) Marcus était un homme

HOMME(marcus)

b) Marcus était un pompéien

POMPEIEN(marcus)

c) Tous les pompéiens étaient des romains

$\forall$ X (POMPEIEN(X) $\Rightarrow$ ROMAIN(X))

d) César était souverain

SOUVERAIN(cesar)

e) Tous les romains étaient fidèles à César, soit le haïssaient

$\forall$ X (ROMAIN(X) $\Rightarrow$ FIDELE(X, cesar) V HAIR(X, cesar))

ou

$\forall$ X (ROMAIN(X) $\Rightarrow$ (FIDELE(X, cesar) V HAIR(X, cesar)) $\wedge$ $\neg$(FIDELE(X, cesar) $\wedge$ HAIR(X, cesar)))

f) Chacun est fidèle à quelqu'un

$\forall$ X $\exists$ Y FIDELE(X, Y)

g) Les gens n'essayent d'assassiner que les souverains auxquels ils ne sont pas fidèles

$\forall$ X $\forall$ Y (PERSONNE(X) $\wedge$ SOUVERAIN(Y) $\wedge$ ESSAYER_ASSASSINER(X, Y) $\Rightarrow$ $\neg$ FIDELE(X, Y))

h) Marcus a essayé d'assassiner César

ESSAYER_ASSASSINER(marcus, cesar)