Université Badji Mokhtar

Faculté des ingénieurs

Département d’Informatique

TD N°2 sur la Logique des prédicats

**Exercice 1 :**

Traduisez les énoncés suivants en formules de la logique des prédicats (on donnera à chaque fois l’interprétation des prédicats utilisés — par exemple

A(x,y) = x aime y). En cas d’énoncé ambigu, on proposera deux formules.

a. Djamel est plus grand que Malika

b. Khaled a vu Leila et elle ne l’a pas vu

c. Si Djamel est un homme, alors il est mortel

d. Un chat est entré

e. Certains enfants ne sont pas malades

f. Tous les éléphants ont une trompe

g. Tous les hommes n’aiment pas Malika

h. Il y a une chanson qu’aucun enfant ne chante

i. Si tous les hommes aiment Malika, alors elle est contente

j. Tous les fermiers apprécient un ministre

**Exercice 2 :**

Traduisez les quatre propositions du carré d’opposition en logique des prédicats. Dans chaque cas, il y a deux possibilités de traduction, avec les deux quantificateurs

« H=Homme », «  M=Mortel »

Tout H est M Un H est M Un H n’est pas M Aucun H n’est M

**Exercice 3 :**

Traduisez en logique des prédicats les propositions suivantes, et, en cas d’ambiguïté, donnez toutes les traductions correspondantes.

a. Bien que personne ne fasse de bruit, Jean n’arrive pas à se concentrer

b. Si personne ne fait de bruit, Jean répondra au moins à une question

c. Tout le monde a menti à quelqu’un dans sa vie

d. Tous les étudiants, sauf Djamel, sont présents

e. Aucun enfant ne fait jamais aucune bêtise

f. Tout le monde a lu un livre de logique

**Exercice 4 :**

Traduire les phrases suivantes en logique des prédicats

a. Quand quelqu’un fait confiance à quelqu’un qui a trompé tout le monde, il a tort

b. Il n’y a pas de grand champion qui n’ait causé de tort à personne

c. Il faut qu’une porte soit ouverte ou fermée

 **Corrigé – TD2**

**Exercice 1**

a. Djamel est plus grand que Malika G(j,m)

b. Khaled a vu Leila et elle ne l’a pas vu V (k, l) ∧ ￢V (l, k)

c. Si Djamel est un homme, alors il est mortel H(j) → M(j)

d. Un chat est entré ∃x(C(x) ∧ E(x))

e. Certains enfants ne sont pas malades ∃x(E(x) ∧ ￢M(x))

f. Tous les éléphants ont une trompe ∀x(E(x) → T(x))

g. Tous les hommes n’aiment pas Malika ∀x(H(x) → ￢A(x,m))

 ≠ ￢∀x(H(x) → A(x,m))

h. Il y a une chanson qu’aucun enfant ne chante ∃x∀y((C(x) ∧ E(y)) → ￢C(y, x))

 = ∃x￢∃y(C(x) ∧ E(y) ∧ C(y, x))

i. Si tous les hommes aiment Malika, alors elle est contente

 (∀x(H(x)→ A(x,m)) → C(m))

j. Tous les fermiers apprécient un ministre ∀x∃y((F(x) ∧M(y)) → A(x, y))

 ≠ ∃y∀x((F(x) ∧M(y)) → A(x, y))

**Exercice2**

**Pour chaque cas il y a deux solutions**

**Tout H est M Un H est M** **Un H n’est pas M Aucun H n’est M**

∀x(H(x)→ M(x)) ∃x(H(x) ∧M(x)) ∃x(H(x) ∧ ￢M(x)) ∀x(H(x)→ ￢M(x))

￢∃x(H(x)∧￢M(x)) ￢∀x(H(x)→￢M(x)) ￢∀x(H(x)→ M(x)) ￢∃x(H(x) ∧M(x))

**Exercice3**

a. Bien que personne ne fasse de bruit, Djamel n’arrive pas à se concentrer

 (∀x(P(x) → ￢B(x)) ∧ ￢C(j))

b. Si personne ne fait de bruit, Djamel répondra au moins à une question

 (∀x(P(x) → ￢B(x)) → ∃y(Q(y) ∧ R(j, y)))

c. Tout le monde a menti à quelqu’un dans sa vie

• à la même personne ∃y∀x((P(x) ∧ P(y)) → M(x, y))

• pour chaque personne, il y a quelqu’un a qui..∀x∃y((P(x) ∧ P(y)) → M(x, y))

d. Tous les étudiants, sauf Djamel, sont présents ∀x((E(x) ∧ x 6= j) → P(x))

• Autre possibilité, toujours fausse à moins de violer la présupposition que DJamel est étudiant. (∀x(E(x) → P(x)) ∧ ￢P(j))

e. Aucun enfant ne fait jamais aucune bêtise

• Tout enfant fait des bêtises on pose pour simplifier que B(x) = x fait des bêtises.

 ∀x(E(x) → B(x)), ∀x(E(x) → ∃y(B(y) ∧ F(x, y)))

• Aucun enfant ne fait de bêtise

Pour être rigoureux, il faut bien sur décomposer aussi ce prédicat,

 ∀x(E(x) → ￢B(x)), ∀x(E(x) → ￢∃y(B(y)∧F(x, y)))

f. Tout le monde a lu un livre de logique

• Un livre de logique a été lu par tout le monde

 ∃x∀y((LdL(x) ∧ P(y)) → L(y, x))

• Tout le monde a lu un livre différent de logique

 ∀y∃x((LdL(x) ∧ P(y)) → L(y, x))

**Exercice4.**

a**.** Quand quelqu’un fait confiance à quelqu’un qui a trompé tout le monde, il a tort

Procédons en essayant de faire apparaître des propriétés indépendantes :

 Quand quelqu’un

 fait confiance à quelqu’un qui |a trompe tout le monde = ɸ,

 il a tort = ψ

– Premier niveau : Quand quelqu’un ɸ, il a tort

– l’indéfini quelqu’un combiné avec la conditionnelle a une valeur universelle

 ∀x ((P(x)∧ ɸ(x)) → T (x))

– Deuxième niveau : ɸ(x) = x fait confiance `a quelqu’un qui ψ

– ambiguïté : quelqu’un peut être lu existentiellement ou universellement.

 ∃y ((P(y) ∧ ψ (y)) ∧ C(x, y))

 ∀y ((P(y) ∧ ψ (y) ) → C(x, y))

– Troisième niveau : ψ (y) = y a trompé tout le monde

 ∀z (P(z) → Tr(y, z))

Si on met tout ensemble, cela donne

∀x ((P(x)∧ ∃y((P(y) ∧ ∀z (P(z) → Tr (y, z))) ∧ C(x, y)))→ T(x))

**b.** deux formules équivalentes (il y en a d’autres)

 ￢∃x (GC(x) ∧ ￢∃y (P(y) ∧ CT (x, y)))

 ￢∃x (GC(x) ∧ ∀y (P(y) → ￢CT (x, y)))

 **c.** on peut discuter sur le ou (inclusif ou exclusif)

 ∀x (P(x) → (O(x) ∨ F(x))

**logique** XOR (**ou exclusif**)  peut se définir par la phrase suivante : Le résultat est VRAI si un et un seul des opérandes A et B est VRAI il se differencie du

OU **inclusif**, car il donne un résultat FAUX lorsque A et B ont simultanément la valeur VRAI.

|  |
| --- |
| Table de vérité de XOR |
| **A** | **B** | **R = A ⊕ B** |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

|  |
| --- |
| Table de vérité de OR |
| **A** | **B** | **R = A** ∨  **B** |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

D’après la comparaison des deux ou il s’agit d’un ou exclusif