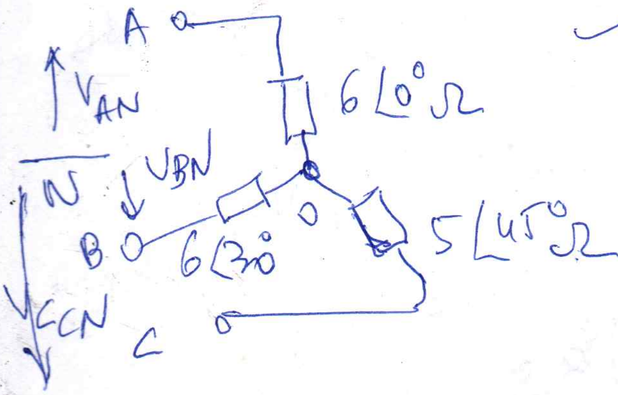
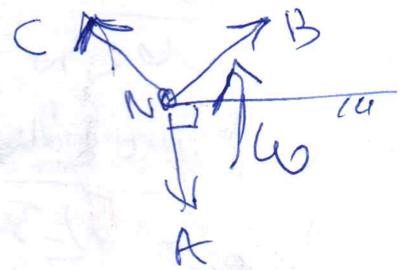
Ex n°=1 :

Trouver le courant de ligne ainsi que les tensions aux bornes de la charge en utilisant la méthode de déplacement du neutre (Théorème de Millman).

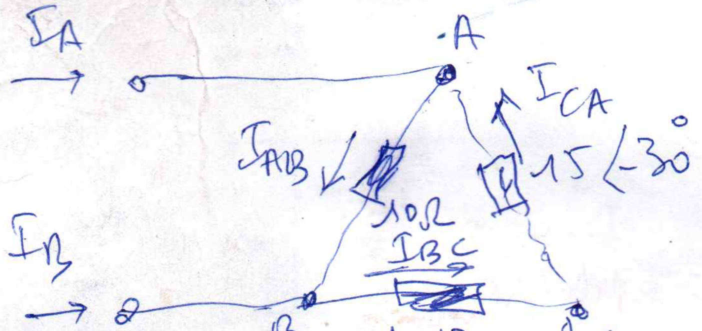


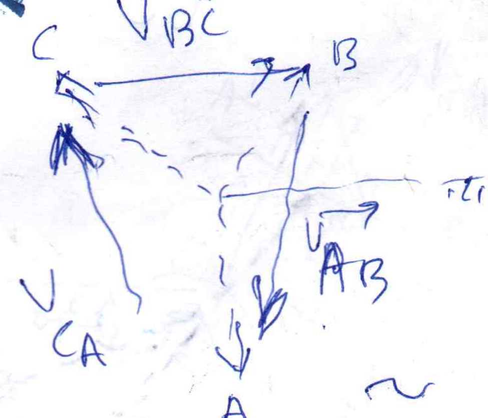
Les tensions simples (120V) sont représenté par le diagramme de Fresnell suivant

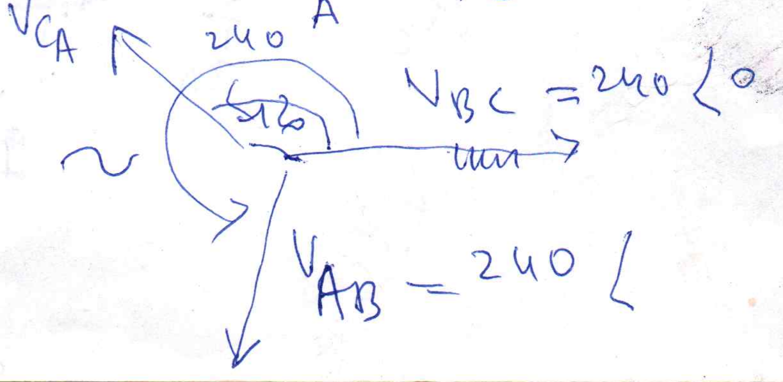


Ex n°=2 : Un réseau triphasé à 3 conducteurs de 240V (ABC) alimente une charge montée en triangle et comportant les Impédances $Z_{AB} = 10\angle 0\ \Omega$, $Z_{BC} = 10\angle 30°\ \Omega$, $Z_{CA} = 15\angle -30°\ \Omega$

Calculer les trois courants en ligne et tracer le diagramme vectoriel du système



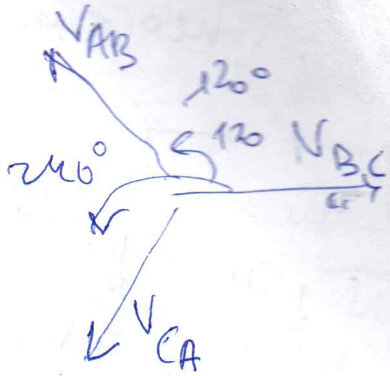




~~la première loi de Kirchoff →~~

Solution ex n°2 :

par application de la loi d'Ohm ⇒



$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{240\angle 120°}{10\angle 0°} = 24\angle 120°$$

$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{240\angle 0}{10\angle 30} = 24\angle -30°$$

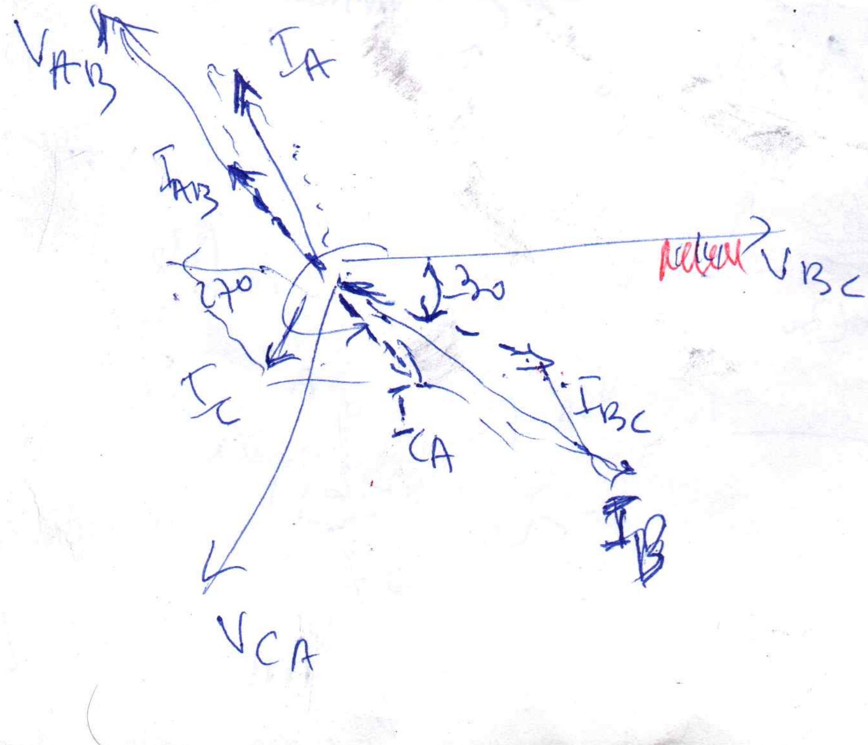
$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_{CA}} = \frac{240\angle 240}{15\angle -30} = 16\angle 270°$$

par application de la première loi de Kirchoff aux noeuds de charge ⇒

$$I_A = I_{AB} - I_{CA} = 24\angle 120° - 16\angle 270° = 38,7\angle 108,1° \text{ A}$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB} = 24\angle -30 - 24\angle 120° = 46,4\angle -45° \text{ A}$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC} = 16\angle 270° - 24\angle -30 = 21,2\angle 190,9° \text{ A}$$



Exemple 4. Un réseau triphasé à trois conducteurs de 240 V (ABC) alimente une charge montée en triangle et comportant les impédances $\mathbf{Z}_{AB} = 10\underline{/0^\circ}\ \Omega$, $\mathbf{Z}_{BC} = 10\underline{/30^\circ}\ \Omega$ et $\mathbf{Z}_{CA} = 15\underline{/-30^\circ}\ \Omega$. Calculer les trois courants de ligne et tracer le diagramme vectoriel du système.

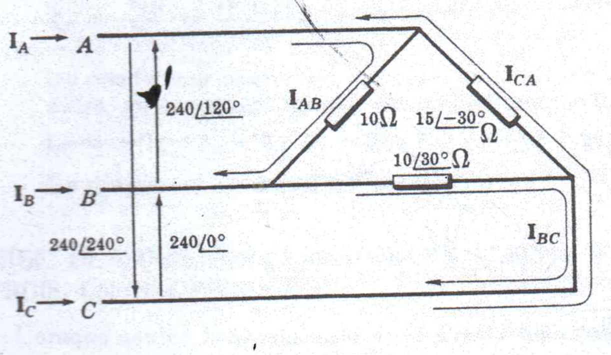


Fig. 14-12

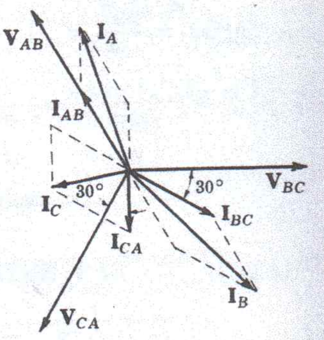


Fig. 14-13

Dessinez le circuit et appliquez les différentes tensions comme le montre la Fig. 14-12. Comme l'indique cette figure, les courants de phase sont indépendants et donnés par

$$\mathbf{I}_{AB} = \frac{\mathbf{V}_{AB}}{\mathbf{Z}_{AB}} = \frac{240\underline{/120^\circ}}{10\underline{/0^\circ}} = 24\underline{/120^\circ}\ \text{A}\,,\ \mathbf{I}_{BC} = \frac{\mathbf{V}_{BC}}{\mathbf{Z}_{BC}} = 24\underline{/-30^\circ}\ \text{A}\,,\ \mathbf{I}_{CA} = \frac{\mathbf{V}_{CA}}{\mathbf{Z}_{CA}} = 16\underline{/270^\circ}\ \text{A}$$

L'application de la loi de Kirchhoff aux nœuds de la charge permet d'écrire

$$\mathbf{I}_A = \mathbf{I}_{AB} + \mathbf{I}_{AC} = 24\underline{/120^\circ} - 16\underline{/270^\circ} = 38{,}7\underline{/108{,}1^\circ}\ \text{A}$$

$$\mathbf{I}_B = \mathbf{I}_{BA} + \mathbf{I}_{BC} = -24\underline{/120^\circ} + 24\underline{/-30^\circ} = 46{,}4\underline{/-45^\circ}\ \text{A}$$

$$\mathbf{I}_C = \mathbf{I}_{CA} + \mathbf{I}_{CB} = 16\underline{/270^\circ} - 24\underline{/-30^\circ} = 21{,}2\underline{/190{,}9^\circ}\ \text{A}$$

La représentation vectorielle du système est donnée par la Fig. 14-13.

CHARGE DESEQUILIBREE MONTEE EN ETOILE ET ALIMENTEE PAR UN RESEAU A QUATRE CONDUCTEURS

Dans un système à quatre conducteurs alimentant une charge déséquilibrée, un courant circule dans le conducteur neutre et les tensions aux bornes des impédances de charge ont la même amplitude que la tension simple avec un angle de phase fixe. Les courants de ligne sont différents et le déphasage de l'un par rapport à l'autre n'est plus de 120°.

Exemple 5. Un réseau triphasé à quatre conducteurs de 208 V (CBA) alimente une charge montée en étoile dont les impédances sont $\mathbf{Z}_A = 6\underline{/0^\circ}\ \Omega$, $\mathbf{Z}_B = 6\underline{/30^\circ}\ \Omega$ et $\mathbf{Z}_C = 5\underline{/45^\circ}\ \Omega$. Calculer les trois courants de phase ainsi que le courant dans le conducteur neutre. Dessiner le diagramme vectoriel du système.

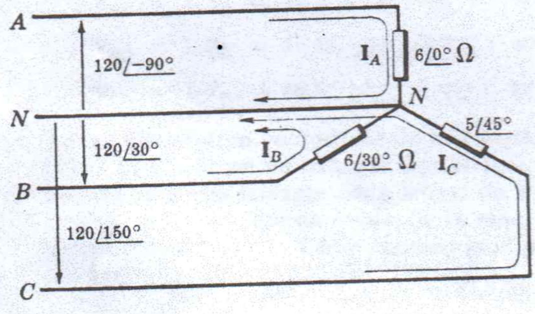


Fig. 14-14

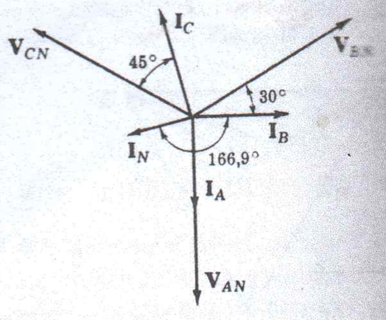


Fig. 14-15

Tracez le diagramme du circuit comme le montre la Fig. 14-14 ci-dessus; appliquez les tensions et choisissez les courants de ligne comme l'indique cette figure. Les courants sont indépendants et donnés par

$$\mathbf{I}_A = \frac{\mathbf{V}_{AN}}{\mathbf{Z}_A} = \frac{120\angle{-90^\circ}}{6\angle{0^\circ}} = 20\angle{-90^\circ}\text{ A},\ \mathbf{I}_B = \frac{\mathbf{V}_{BN}}{\mathbf{Z}_B} = 20\angle{0^\circ}\text{ A},\ \mathbf{I}_C = \frac{\mathbf{V}_{CN}}{\mathbf{Z}_C} = 24\angle{105^\circ}\text{ A}$$

Le conducteur neutre est traversé par la somme des courants de phase $\mathbf{I}_A$, $\mathbf{I}_B$ et $\mathbf{I}_C$. Nous avons alors, en supposant que $\mathbf{I}_N$ est positif lorsqu'il est dirigé vers la charge,

$$\mathbf{I}_N = -(\mathbf{I}_A + \mathbf{I}_B + \mathbf{I}_C) = -(20\angle{-90^\circ} + 20\angle{0^\circ} + 24\angle{105^\circ}) = 14{,}1\angle{-166{,}9^\circ}\text{ A}$$

Le diagramme vectoriel est représenté sur la Fig. 14-15 ci-dessus.

CHARGE DESEQUILIBREE MONTEE EN ETOILE ET ALIMENTEE PAR UN RESEAU A TROIS CONDUCTEURS

Lorsque seules les trois phases A, B et C sont reliées à une charge déséquilibrée montée en étoile, le point commun aux trois impédances de charge ne se trouve pas au potentiel du conducteur neutre et pour cette raison ce point est marqué par «O» au lieu de N. Les tensions aux bornes des impédances peuvent varier considérablement par rapport aux tensions simples, comme le montre le diagramme vectoriel représentant toutes les tensions du circuit. Le vecteur reliant le point N au point O présente un intérêt particulier, il correspond à *la tension de déplacement du point neutre.*

Exemple 6. Un réseau triphasé à trois conducteurs de 208 V (CBA) alimente une charge montée en étoile et comportant les impédances $\mathbf{Z}_A = 6\angle{0^\circ}\ \Omega$, $\mathbf{Z}_B = 6\angle{30^\circ}\ \Omega$ et $\mathbf{Z}_C = 5\angle{45^\circ}\ \Omega$. Calculer les courants de ligne ainsi que les tensions aux bornes des impédances. Construire le diagramme vectoriel du circuit et déterminer la *tension de déplacement du neutre,* $\mathbf{V}_{ON}$.

Tracez le diagramme du circuit et choisissez les courants $\mathbf{I}_1$ et $\mathbf{I}_2$ comme le montre la Fig. 14-16. Ecrivez ensuite la relation matriciel donnant $\mathbf{I}_1$ et $\mathbf{I}_2$.

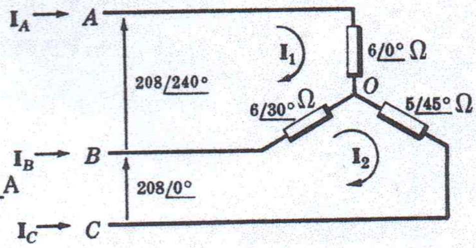


Fig. 14-16

$$\begin{bmatrix} 6\angle{0^\circ} + 6\angle{30^\circ} & -6\angle{30^\circ} \\ -6\angle{30^\circ} & 6\angle{30^\circ} + 5\angle{45^\circ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 208\angle{240^\circ} \\ 208\angle{0^\circ} \end{bmatrix}$$

On en déduit $\mathbf{I}_1 = 23{,}3\angle{261{,}1^\circ}$ A et $\mathbf{I}_2 = 26{,}5\angle{-63{,}4^\circ}$ A

Les courants de ligne $\mathbf{I}_A$, $\mathbf{I}_B$ et $\mathbf{I}_C$ orientés comme l'indique la figure sont alors

$$\mathbf{I}_A = \mathbf{I}_1 = 23{,}3\angle{261{,}1^\circ}\text{A}$$

$$\mathbf{I}_B = \mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_1 = 26{,}5\angle{-63{,}4^\circ} - 23{,}3\angle{261{,}1^\circ} = 15{,}45\angle{-2{,}5^\circ}\text{ A}$$

$$\mathbf{I}_C = -\mathbf{I}_2 = 26{,}5\angle{116{,}6^\circ}\text{ A}$$

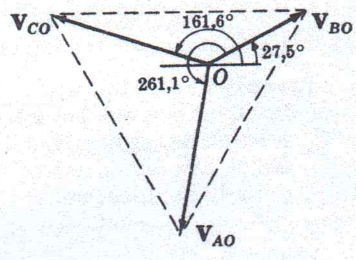


Fig. 14-17

Les tensions aux bornes des impédances sont données par les produits des courants de ligne et des impédances correspondantes, c'est-à-dire

$$\mathbf{V}_{AO} = \mathbf{I}_A\mathbf{Z}_A = 23{,}3\angle{261{,}1^\circ}\,(6\angle{0^\circ}) = 139{,}8\angle{261{,}1^\circ}\text{ V}$$

$$\mathbf{V}_{BO} = \mathbf{I}_B\mathbf{Z}_B = 15{,}45\angle{-2{,}5^\circ}\,(6\angle{30^\circ}) = 92{,}7\angle{27{,}5^\circ}\text{ V}$$

$$\mathbf{V}_{CO} = \mathbf{I}_C\mathbf{Z}_C = 26{,}5\angle{116{,}6^\circ}\,(5\angle{45^\circ}) = 132{,}5\angle{161{,}6^\circ}\text{ V}$$

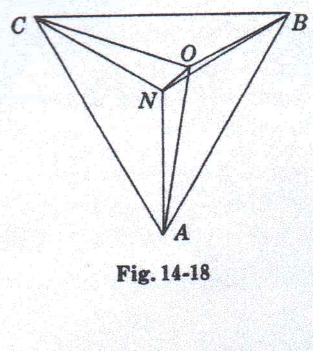


Fig. 14-18

La représentation vectorielle de ces trois tensions (Fig. 14-17) forme un triangle équilatéral. La Fig. 14-18 montre ce même triangle dans lequel on a ajouté le point neutre, mettant ainsi en évidence la tension de déplacement du neutre $\mathbf{V}_{ON}$. Cette tension peut se calculer comme suit :

$$\mathbf{V}_{ON} = \mathbf{V}_{OA} + \mathbf{V}_{AN} = -139{,}8\angle{261{,}1^\circ} + 120\angle{-90^\circ} = 28{,}1\angle{39{,}8^\circ}\text{ V}$$

* Théorème de Millman → forme particulière de la loi des nœuds, ou Méthode des potentiels des nœuds

* Théorème Kennelly Δ → λ ou λ → Δ

METHODE DE DEPLACEMENT DU NEUTRE APPLIQUEE AU CAS D'UNE CHARGE DESEQUILIBREE MONTEE EN ETOILE ET ALIMENTEE PAR UN RESEAU A TROIS CONDUCTEURS

Dans l'exemple 6 la tension de déplacement du neutre V_{ON} était obtenue en fonction des tensions aux bornes de la charge. Si nous établissons une relation permettant de déterminer V_{ON} indépendamment de ces tensions alors les courants et les tensions de l'exemple 6 peuvent s'obtenir de façon plus simple comme le montre l'exemple 7.

Pour obtenir la tension de déplacement du neutre on peut écrire les courants de ligne en fonction des tensions aux bornes de la charge et des admittances de la charge.

$$I_A = V_{AO}\,Y_A, \quad I_B = V_{BO}\,Y_B, \quad I_C = V_{CO}\,Y_C \qquad (1)$$

En appliquant la loi de Kirchhoff relative au courant au point O de la Fig. 14-19 on peut écrire

$$I_A + I_B + I_C = 0 \qquad (2)$$

ou

$$V_{AO}\,Y_A + V_{BO}\,Y_B + V_{CO}\,Y_C = 0 \qquad (3)$$

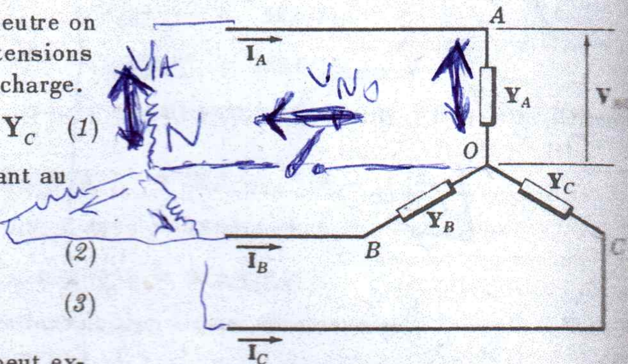


Fig. 14-19

En se référant au diagramme de la Fig. 14-18 on peut exprimer les tensions V_{AO}, V_{BO} et V_{CO} en fonction de leurs deux composantes, c'est-à-dire

$$V_{AO} = V_{AN} + V_{NO} \qquad V_{BO} = V_{BN} + V_{NO} \qquad V_{CO} = V_{CN} + V_{NO} \qquad (4)$$

En substituant les expressions de la relation (4) dans la relation (3) on obtient

$$(V_{AN} + V_{NO})Y_A + (V_{BN} + V_{NO})Y_B + (V_{CN} + V_{NO})Y_C = 0 \qquad (5)$$

d'où l'on déduit

$$V_{ON} = \frac{V_{AN}\,Y_A + V_{BN}\,Y_B + V_{CN}\,Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \qquad (6)$$

Les tensions V_{AN}, V_{BN} et V_{CN} de l'équation (6) peuvent se déterminer à partir du triangle de la Fig. 14-5 pour la séquence indiquée dans le problème. Les admittances Y_A, Y_B et Y_C sont les valeurs réciproques des impédances de charge Z_A, Z_B et Z_C. De ce fait tous les termes de la relation (6) sont, soit donnés soit déterminés facilement et ainsi la tension de déplacement du neutre peut être calculée et utilisée pour déterminer les courants de ligne.

Exemple 7. Trouver les courants de ligne ainsi que les tensions aux bornes de la charge pour l'exemple 6 en utilisant la méthode de déplacement du neutre. En se référant à la Fig. 14-20, l'équation pour la tension de déplacement du neutre est

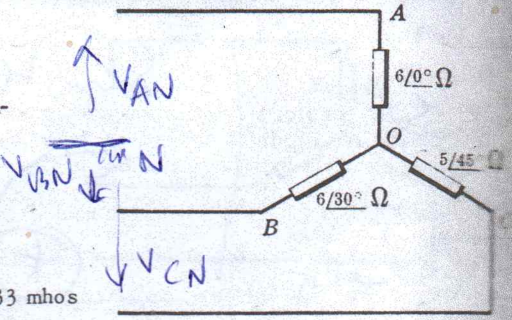
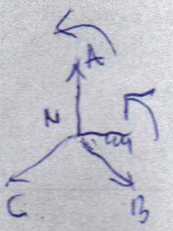


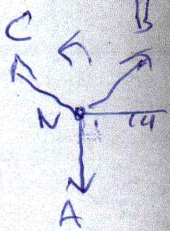
Fig. 14-20

$$V_{ON} = \frac{V_{AN}\,Y_A + V_{BN}\,Y_B + V_{CN}\,Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C}$$

où

$$Y_A = 1/(6\underline{/0°}) = 0{,}1667\underline{/0°} = 0{,}1667 \text{ mhos}$$
$$Y_B = 1/(6\underline{/30°}) = 0{,}1667\underline{/-30°} = 0{,}1443 - j0{,}0833 \text{ mhos}$$
$$Y_C = 1/(5\underline{/45°}) = 0{,}20\underline{/-45°} = 0{,}1414 - j0{,}1414 \text{ mhos}$$
$$Y_A + Y_B + Y_C = 0{,}4524 - j0{,}2247$$
$$= 0{,}504\underline{/-26{,}5°} \text{ mhos}$$





et

$$V_{AN}\,Y_A = 120\underline{/-90°}\,(0{,}1667\underline{/0°}) = 20\underline{/-90°} = -j20$$
$$V_{BN}\,Y_B = 120\underline{/30°}\,(0{,}1667\underline{/-30°}) = 20\underline{/0°} = 20$$
$$V_{CN}\,Y_C = 120\underline{/150°}\,(0{,}20\underline{/-45°}) = 24\underline{/105°} = -6{,}2 + j23{,}2$$
$$V_{AN}\,Y_A + V_{BN}\,Y_B + V_{CN}\,Y_C = 13{,}8 + j3{,}2 = 14{,}1\underline{/13{,}1°}$$

d'où l'on tire $V_{ON} = 14,1\underline{/13,1^\circ}/(0,504\underline{/-26,5^\circ}) = 28,0\underline{/39,6^\circ}$ V.

Les tensions V_{AO}, V_{BO} et V_{CO} sont obtenues en utilisant la tension V_{NO} et la tension phase-neutre appropriée

$$V_{AO} = V_{AN} + V_{NO} = 120\underline{/-90^\circ} - 28,0\underline{/39,6^\circ} = 139,5\underline{/261,1^\circ}\ \text{V}$$

$$V_{BO} = V_{BN} + V_{NO} = 120\underline{/30^\circ} - 28,0\underline{/39,6^\circ} = 92,5\underline{/27,1^\circ}\ \text{V}$$

$$V_{CO} = V_{CN} + V_{NO} = 120\underline{/150^\circ} - 28,0\underline{/39,6^\circ} = 132,5\underline{/161,45^\circ}\ \text{V}$$

Les courants de ligne peuvent facilement se calculer en utilisant les tensions et les admittances de la charge correspondante

$$I_A = V_{AO}Y_A = 139,5\underline{/261,1^\circ}\ (0,1667\underline{/0^\circ}) = 23,2\underline{/261,1^\circ}\ \text{A}$$

$$I_B = V_{BO}Y_B = 92,5\underline{/27,1^\circ}\ (0,1667\underline{/-30^\circ}) = 15,4\underline{/-2,9^\circ}\ \text{A}$$

$$I_C = V_{CO}Y_C = 132,5\underline{/161,45^\circ}\ (0,20\underline{/-45^\circ}) = 26,5\underline{/116,45^\circ}\ \text{A}$$

Les courants et les tensions ci-dessus correspondent bien à ceux obtenus dans l'exemple 6.