**EXERCICES AVEC SOLUTIONS SUR LES PROBABILITES**

**Exercice 1**

1. Une urne contient 15 boules numérotées de 1 à 15. On en tire une au hasard, et on considère les événements A="tirage d'un nombre impair'', B="tirage d'un multiple de 5''. Les événements A et B sont-ils indépendants ?
2. Reprendre la question avec une urne contenant 20 boules.

**Solution Exercice 1**

1. On a : A={1,3,5,7,9,11,13,15} B={5,10,15} A∩B={5,15}. On a donc P(A)=8/15, P(B)=3/15=1/5 et P(A∩B)=2/15≠P(A)P(B). Les événements A et B ne sont pas indépendants.
2. Essayez de le faire tout seuls.

**Exercice 2**

Mon ami a trois enfants dont on ignore le sexe. On considère les trois événements suivants :

* A="les trois enfants sont de mêmes sexes"
* B="l'ainé est un garçon"
* C="le cadet est une fille".
* A, B et C sont-ils deux à deux indépendants ?
* Sont-ils mutuellement indépendants ?

**Solution Exercice 2**

Nous avons a P(B)=P(C)=1/2.

Les huit (08) possibilités pour les trois enfants, supposées équiprobables, sont (F,F,F), (F,F,G), (F,G,F), (F,G,G), (G,F,F), (G,F,G), (G,G,F), (G,G,G) . On en déduit que P(A)=2/8=1/4.

P(B) est la probabilité pour que l’ainé soit un garçon = 4/8=1/2
A∩B correspond à la fois ‘’les trois enfants sont de mêmes sexes’’ et ‘’l’ainé est un garçons’’ donc nous devons avoir le cas suivant : (G,G,G) ⇒ P(A∩B)=1/8=P(A)P(B). On en déduit que A et B sont indépendants.

P(C) = le cadet des enfants est une fille = 4/8=1/2

A∩C correspond à la fois ‘’les trois enfants sont de mêmes sexes’’ et ‘’le cadet est une fille’’ donc nous devons avoir le cas suivant : (F,F,F) ⇒ P(A∩C)=1/8=P(A)P(B). On en déduit que A et C sont indépendants.

B∩C correspond à la fois ‘’l’ainé est un garçon’’ et ‘’le cadet est une fille’’ donc nous devons avoir les cas suivants : (G,F,F) et (G,G,F) ⇒ P(B∩C)=2/8=1/4=P(C)P(B). On en déduit que B et C sont indépendants.

Enfin, A∩B∩C= ∅ car on ne peut pas avoir à la fois ="les trois enfants sont de mêmes sexes" et "l'ainé est un garçon" et "le cadet est une fille" ≠ P(A)P(B)P(C). Les trois événements ne sont pas mutuellement indépendants.

**Exercice 3**

On dispose de 3 Résistances électriques R  R   et R   dont les probabilités de fonctionnement de chacune respectivement sont p1=0.15, p2=0.2 et p3=0.25, et de fonctionnement totalement indépendant les uns des autres. Donner la probabilité de fonctionnement du circuit

1. Si les résistances sont disposées en série.
2. Si les résistances sont disposées en parallèle.
3. Si la résistance R est disposée en série avec le circuit constitué de R et R en parallèle.

**Solution Exercice 3**

On note A l'événement : ``la résistance R fonctionne''. Par hypothèse, les événements A sont mutuellement indépendants.

1. les résistances sont disposés en série alors nous avons :

A A A   (le circuit formé par les trois résistances disposées en série fonctionne si et seulement si les trois composants fonctionnent). Par indépendance des événements :

A A A  ×  ×  =0.15 × 0.2 × 0.25 = 0,0075 

1. pour le second A A A   (le circuit formé par les trois résistances disposées en parallèle fonctionne si et seulement si un des trois composants fonctionne). Par indépendance des événements :

A A A    -   -   -      = 0.15 + 0.2 +0.25 – 0.15 × 0.2 - 0.15 × 0.25 - 0.2 × 0.25 + 0.15 × 0.2 × 0.25

1. Le troisième AA A . On aura toujours en tenant compte de l’indépendance des événements :

A A AAAAAAA-AA

   - 

**Exercice 4**

Dans un sac il y’a 10 boules blanches et 8 boules noires. On tire une à une et sans remise 3 boules de ce sac. Quelle est la probabilité pour que la première boule tirée soit blanche, la seconde blanche et la troisième noire ?

**Solution Exercice 4**

Notons :

* B1 une boule blanche du 1er tirage,
* B2 une boule blanche du 2ème tirage
* N3 boule noire du 3ème tirage

On cherche donc à calculer P(B1∩B2∩N3) = P(B1)P(B2|B1)P(N3|B1∩B2). Car le second et le troisième tirage ont été effectués sans remise

P(B1) = 10/18 = 5/9

P(B2|B1) = 9/17

P(N3|B1∩B2) = 8/16 = 1/2

Enfin : P(B1∩B2∩N3) = P(B1)P(B2|B1)P(N3|B1∩B2 = 5/9 × 9/17 × 1/2

**Exercice 5**

Deux services d’un même hôpital diagnostic chez des malades le même type d’infection. Le service 1 consulte en une journée deux fois plus de malades que le service 2. Le pourcentage de cas positif (malade atteint de l’infection) est 30% pour le service 1 et 40% pour le service 2. On prend un patient au hasard dans l'ensemble des patients consultés dans la même journée. Déterminer

1. la probabilité que ce patient a été consulté dans le service 1;
2. la probabilité que ce patient a été consulté dans le service 1 et qu’il soit diagnostiqué positif;
3. la probabilité que ce patient a été consulté dans le service 1 sachant qu'il est positif à l’infection.

**Solution Exercice 5**

Soit A et B respectivement les évènements pour que le patient a été diagnostiqué dans le service 1 et le service 2. C l’évènement que le patient diagnostiqué est positif à l’infection

1. P(A) = 2/3
2. P(A∩C) = P(A)×P(C/A) = 2/3 × 0.3 = 1/5
3. Commençons par calculer P(B∩C) = P(B)×P(C/B) = 1/3 × 0.4 = 2/15

D’où P(C) = P(A∩C) + P(B∩C) = 1/5 + 2/15 = 5/15 = 1/3

Ce qui nous permet de trouver

P(A/C) = P(A∩C) × P(C) = 1/5 × 1/3 = 1/15