**EXERCICES D’EXAMENS PRECEDENTS**

**QCM :**

1. La transformée de Fourier d’un produit de convolution est

* un produit simple
* un produit de convolution
* un peigne de Dirac

1. Le signal ou A>0 et fini, f0>0, possède :

* une énergie totale infinie
* une énergie totale finie
* une puissance totale nulle
* un spectre s’annulant en f=0 (ou n=0)
* aucune des réponses précédentes ne convient

1. Pour échantillonner un signal x(t), à bande passante illimitée, avec une fréquence d’échantillonnage fe en respectant le théorème de Shannon il faut:

* choisir fe inférieure à la fréquence maximale du spectre du signal échantillonné
* vérifier que la fréquence maximale du spectre du signal échantillonné soit inférieure à la moitié de la fréquence d’échantillonnage
* filtrer au préalable le signal échantillonné par un filtre passe-bas numérique
* utiliser un filtre anti-repliement de fréquence de coupure finie et bien calculée
* aucune des réponses précédentes ne convient

1. Supposons que l’on ait 100s d’un signal mesuré (exemple, un enregistrement sonore), échantillonné à 22kHz. La résolution est de 16 bits par échantillons. Quelle sera la taille du fichier numérique ainsi obtenu ?

……………………………………………………………………………………….

……………………………………………………………………………………….

……………………………………………………………………………………….

1. On considère *x*[*n*] et *y*[*n*] deux signaux discrets réels. L’expression suivante :



Désigne :

* Une modulation d’amplitude entre y et x
* Un produit de convolution entre y et x
* Un produit scalaire entre y et x

1. Pour qu’un filtre numérique puisse être implémenté à l’aide d’un produit de convolution numérique, il faut :

* qu’il soit causal
* que sa réponse impulsionnelle soit finie
* que sa réponse impulsionnelle soit infinie

1. Lesquelles de ces affirmations sont correctes ?

* L'échantillonnage étale le spectre du signal jusqu'à l'infini
* L'échantillonnage préserve toujours l'information contenue dans le signal
* L'échantillonnage ne modifie pas le spectre du signal
* L’échantillonnage périodise le spectre du signal

1. Un signal sinusoïdal u(t) d’amplitude Û = 1V et de fréquence f = 1kHz est échantillonné à la fréquence fE=10kHz. Les échantillons successifs, pris aux instants 0, TE, 2 TE., 3 TE., etc, sont notés respectivement u0, u1, u2, etc. Sachant que l’on a : u0 = 0 et u1 > 0, donner la valeur de u3.

* 0,159V
* 0.195V
* 0.591V
* 0.951V

1. Quel doit être la fréquence théorique minimale fEmin à laquelle doit être échantillonné le signal ua(t) de fréquence 1kHz, dont la décomposition en série de Fourier est donnée ci-dessous, afin de pouvoir être reconstitué parfaitement ?



* 2kHz
* 21kHz
* 52kHz
* 84kHz
* 104kHz

1. Le théorème de Parseval stipule

* Qu’un signal à énergie totale finie possède toujours une transformée de Fourier
* Qu’un signal périodique possède un spectre discret
* Qu’il y’a une conservation de l’énergie entre le domaine temporel et spectral

1. Le signal ou A>0 et fini, f0>0, possède :

* une énergie totale infinie
* une durée limitée
* une puissance totale nulle
* un spectre maximum en f=0 (ou n=0)
* aucune des réponses précédentes ne convient

1. Supposons que l’on ait 130s d’un signal mesuré (exemple, un enregistrement sonore), échantillonné à 44kHz. La résolution est de 8 bits par échantillons. Quelle sera la taille du fichier numérique ainsi obtenu ?

……………………………………………………………………………………….

……………………………………………………………………………………….

1. Pour qu’un filtre numérique RII puisse être implémenté il faut :

* Utiliser l’équation de convolution discrète
* Utiliser l’équation aux différences finies
* Impossible de l’implémenter

1. Lesquelles de ces affirmations sont correctes ?

* L'échantillonnage périodise le spectre du signal
* L'échantillonnage préserve toujours l'information contenue dans le signal
* L'échantillonnage ne modifie pas le spectre du signal

1. Quel doit être la fréquence théorique minimale fEmin à laquelle doit être échantillonné le signal ua(t) de fréquence 1kHz, dont la décomposition en série de Fourier est donnée ci-dessous, afin de pouvoir être reconstitué parfaitement ?



* 2kHz
* 12kHz
* 24kHz
* 48kHz
* 52kHz

1. La transformée en z, d'un signal x(n) et sa transformée de Fourier coïncident pour :
   1. 
   2. 
   3. 
   4. 
2. Le filtre numérique dont le diagramme pôles-zéros est représenté sur la figure ci-dessous :
3. est un filtre passe-bas
4. est un filtre passe-haut
5. est un filtre passe-bande
6. est stable
7. est du 10ème ordre
8. est du 5ème ordre



1. Plus le spectre d'un signal est étroit, plus la durée du signal est...
   1. courte
   2. Longue
   3. Quelconque
   4. Périodique
2. Si un signal discret possède les échantillons suivants x = [1,- 2, 3, -4, 5, -6, 5, -2], le premier échantillon de sa TFD X0 sera égal :
   1. 
   2. 
   3. 0
   4. 8
   5. 1
3. Soit les quatre diagrammes (plans z) suivants :



Trouvez la réponse fréquentielle (figure ci-dessous) qui est correspond à chacun



1. Les filtres à réponse impulsionnelle infinie (RII) ont pour intérêt(s) :
   1. des temps de calculs faibles.
   2. de pouvoir apporter un déphasage proportionnel à la fréquence du signal.
   3. d’être toujours stables.
   4. d’avoir des zéros et des pôles
2. On donne la réponse impulsionnelle d’un filtre discret (numérique)



Ce filtre est

* 1. Est un RIF
  2. Est stable
  3. A phase linéaire par rapport à f
  4. N’est pas causal
  5. Est un passe-haut
  6. Est un passe-bas
  7. Est un passe-bande

1. Un filtre dont l’entrée est x(t) et la sortie est y(t) est représenté par l’équation temporelle suivante :



* 1. Est un filtre numérique RIF
  2. Est un filtre numérique RII
  3. Est un filtre linéaire
  4. Est du 1e ordre
  5. Est du 2ème ordre
  6. Est du 3ème ordre

1. La formule de reconstruction d’un signal analogique x(t) à partir de sa version échantillonnée

* est une approximation, car il n’est pas possible de retrouver exactement le signal analogique original.
* nécessite de disposer de tous les échantillons passés et futurs pour calculer une valeur x(t) à un instant t donné.
* permet de reconstruire x(t) au fur et à mesure qu’on reçoit les échantillons.

1. Spectres...

* Le spectre d’un signal discret est forcément discret.
* Un signal périodique possède un spectre périodique.
* Un signal discret a un spectre périodique de période égale à la fréquence d’échantillonnage.
* La transformée de Fourier discrète (TFD) est une discrétisation de la transformée de Fourier à temps discret (TFTD).

1. Lorsqu’on analyse par transformée de Fourier discrète (TFD) le spectre d’une sinusoïde à partir d’un nombre fini d’échantillons, les raies spectrales subissent un élargissement

* à cause de la limitation de la durée d’observation.
* qui serait moindre si l’on utilisait une transformée de Fourier à temps discret (TFTD) au lieu de la TFD.
* qui dépend du type de fenêtre de pondération.

1. Un filtre à réponse impulsionnelle infinie

* est causal s’il est stable.
* Peut avoir une phase linéaire s’il est stable.
* Stable ssi ses zéros sont de modules < 1.
* Stable ssi ses pôles sont de modules < 1.

1. Echantillonnage

* Un signal sinusoïdal de 100Hz échantillonné à la fréquence de 1000Hz est perçu comme étant à 100Hz
* Un signal sinusoïdal de 100Hz échantillonné à la fréquence de 1000Hz est perçu comme étant à 900Hz
* Un signal sinusoïdal de 900Hz échantillonné à la fréquence de 1000Hz est perçu comme étant à 100Hz
* Un signal sinusoïdal de 900Hz échantillonné à la fréquence de 1000Hz est perçu comme étant à 1100Hz

1. Echantillonnage

* Filtrer un signal après échantillonnage permet de respecter le théorème de Shannon
* La fréquence d'échantillonnage fech doit être supérieure au double de fmax
* Le théorème de Shannon exige que fech > 0,5 fmax
* L'échantillonnage correct d'un signal requiert la connaissance préalable de son spectre

1. Filtrage

* Le signal de sortie s(t) d'un filtre numérique est égal à la transformée de Fourier inverse du produit du spectre du signal d'entrée par la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle de ce filtre
* Le signal de sortie s(t) d'un filtre numérique est égal au produit de convolution du signal d'entrée par la réponse impulsionnelle du filtre
* Le signal de sortie s(t) d'un filtre numérique est égal au produit de convolution du signal d'entrée par la réponse indicielle du filtre
* Le signal de sortie s(t) d'un filtre numérique est égal à la transformée de Fourier du produit de convolution du signal d'entrée par la réponse impulsionnelle de ce filtre

1. Une grandeur sinusoïdale est caractérisée par une amplitude, une fréquence et

* Une dérivée non nulle
* Une différence de potentielle
* Un taux de répétition
* Une phase

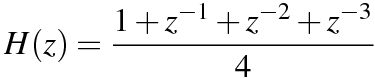
1. La décomposition en série de Fourier d'un signal conduit à une superposition de signaux sinusoïdaux de fréquences f, 3f, 5f, 7f, .... Sachant que la bande passante est [5f, 15f], combien de signaux sinusoïdaux élémentaires seront détectés à l'arrivée ?

* 4
* 5
* 6
* 7

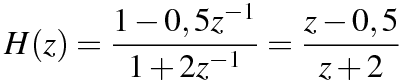
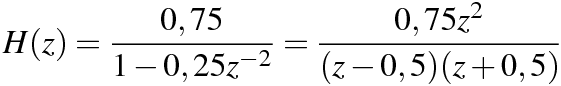
1. la figure 1 représente trois signaux temporels continus ou discrets numérotés 1 à 3 (ligne du haut) et trois spectres d’amplitude a, b et c (ligne du bas). Indiquez pour chaque signal temporel la lettre de son spectre :



1. On donne la fonction de transfert en z d'un filtre numérique :

  
  
Quel est l’équation temporelle de ce filtre ?

* y(n) = 0,25.x(n-1) + 0,25.x(n-2) + 0,25.x(n-3) + 0,25.x(n-4)
* y(n) = 0,25.x(n) + 0,25.x(n-1) + 0,25.x(n-2) + 0,25.x(n-3)
* y(n) = 0,25.x(n) - 0,25.y(n-1) - 0,25.y(n-2) - 0,25.y(n-3)

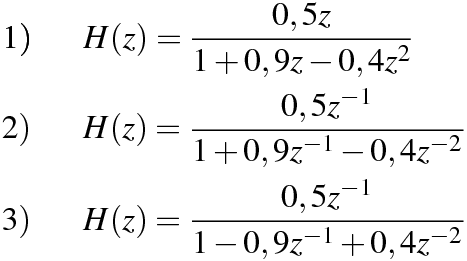
1. On donne la fonction de transfert en z d'un filtre numérique :  
      
   Ce filtre est-il stable ? Oui ou Non
2. On donne la fonction de transfert en z d'un filtre numérique :  
     
   

Ce filtre est-il stable ? Oui ou Non

1. On donne l'équation temporelle d'un filtre numérique :

**y(n) = 0,5.x(n-1) + 0,9.y(n-1) - 0,4.y(n-2)**

Quelle est la fonction de transfert en z de ce filtre ?



**Exercice 1 :**

Soit un filtre RIF dont les coefficients de sa réponse impulsionnelle sont donnés ci-dessous

**h(n)={0.1 , 0.3 , 0.6 , 0.6 , 0.3 , 0.1}**

1. Est-il stable ? (justifiez). Est-il à phase linéaire ? (Justifiez et si oui dans quel cas)
2. Trouvez le gain statique de ce filtre (la valeur du module de sa réponse fréquentielle à f=0)
3. Donnez sa structure
4. Si maintenant en prend un filtre RIF dont la réponse impulsionnelle est g(n). g(n) est obtenu à partir de h(n) en inversant le signe des coefficients de h(n) d’indice impair.

* Le filtre ainsi obtenu est il phase linéaire ?
* Que peut-on dire sur son gain statique ?
* Peut-il être un filtre passe-bas ? (justifiez)

**Exercice 2 :**



1. De quel type de filtre numérique s’agit-il ? (RIF ou RII en justifiant)
2. De quel ordre ?
3. Placez les zéros et les pôles dans le plan Z. Que peut-on dire sur la stabilité du filtre ? que peut-on dire sur la linéarité de la phase du filtre ?
4. Trouvez sa fonction de transfert en z.
5. en déduire sa réponse fréquentielle.
6. Quel est sa nature ?

**Exercice 3**

Soit le signal analogique x(t) = cos(2000πt) + 0.5 cos(6000πt) – 0.25 cos(8000πt)

1. S’agit-il d’un périodique ? Justifiez votre réponse
2. S’il est périodique, trouvez sa fréquence
3. Trouvez et tracez son spectre de Fourier
4. Pour discrétiser ce signal, quelles sont les fréquences d’échantillonnage autorisées selon la condition de Shannon

**EXERCICE 4 :**

Soit le signal avec f1>0

Le signal se(t) est le signal s(t) échantillonné (échantillonnage parfait) avec une fréquence fe.

1 - Le signal s(t) est il périodique ? Si oui donner sa période

2 - Donner l’expression de S(f) (Transformée de Fourier de s(t))

3 - Donner l’expression de Se(f) (Transformée de Fourier de se(t))

4 – On choisit f1=200Hz, a1=1, a2=2 et fe=2000Hz. Représenter sur le même graphe le module de S(f) et de (1/fe).Se(f) entre 0 et fe. (Spectre bilatéral entre –fe et +fe) (Utiliser 2 couleurs si c’est possible)

5 – Expliquer les différences entre S(f) et Se(f). Quel est l’effet de l’échantillonnage sur le spectre du signal ?

6 – A partir des échantillons du signal numérisé, pourra-t-on restituer correctement s(t) ? Pourquoi ?

**EXERCICE 5**

Soit le signal avec f1>0

Le signal se(t) est le signal s(t) échantillonné (échantillonnage parfait) avec une fréquence fe.

1 - Le signal s(t) est il périodique ? Si oui donner sa période

2 - Donner l’expression de S(f) (Transformée de Fourier de s(t))

3 - Donner l’expression de Se(f) (Transformée de Fourier de se(t))

4 – On choisit f1=200Hz, a1=1, a2=2 et fe=4000Hz. Représenter sur le même graphe le module de S(f) et de (1/fe).Se(f) entre 0 et fe. (Spectre bilatéral entre –fe et +fe) (Utiliser 2 couleurs si c’est possible)

5 – Expliquer les différences entre S(f) et Se(f). Quel est l’effet de l’échantillonnage sur le spectre du signal ?

6 – A partir des échantillons du signal numérisé, pourra-t-on restituer correctement s(t) ? Pourquoi ?

**EXERCICE 6**

Soit un filtre numérique dont les coefficients de sa réponse impulsionnelle sont donnés ci-dessous

**h(n)={0.25, 0.5, 0.25 }**

1. S’agit il d’un RIF ou d’un RII ? expliquez
2. Représentez sa structure
3. En utilisant la TFTD, trouvez sa réponse fréquentielle H(e2πjf). Pouvez-vous justifiez qu’il s’agit d’un filtre passe-bas ?
4. Mêmes questions avec le filtre dont la réponse impulsionnelle g(n) donnée par

**g(n)={-0.25, 0.5, -0.25}**

NB. Il faut justier dans ce cas qu’il s’agit d’un filtre passe haut

**Exercice 7**

Soit un filtre numérique dont le diagramme pôles-zéros est représenté sur la figure suivante.

**1)** Est-ce un filtre RIF ou RII ? (justifier votre réponse)

**2)** Est-il stable ? (Justifiez)

**3)** Donner l'allure du module de sa réponse fréquentielle.Bas du formulaire

Bas du formulaire



**Exercice 8**

1. Un filtre numérique RIF possède la fonction de transfert en z suivante



a. Est-il à phase linéaire ? Si oui quel cas ?

b. Donner sa structure

c. Trouvez sa réponse fréquentielle et en déduire son gain statique (pour f=0)

**Exercices 9**

Soit un filtre numérique représenté par le schéma de principe suivant :

T : un retard unitaire, β une constante réelle avec 0< β <1

1. Trouver son équation temporelle et dite de quel type de filtre numérique s’agit il (RIF ou RII)? Quel est son ordre ?

2. Trouvez sa fonction de transfert en z. S’agit-il d’un passe-bas ou d’un passe-haut ? Justifiez votre réponse

3. Trouvez sa réponse impulsionnelle h(n) en supposant qu’elle est causale.

4. Comme la réponse impulsionnelle impulsionnelle h(n) (question précédente) est de durée infinie, nous souhaitons la tronquer en gardant N=20 échantillons uniquement pour approximer notre filtre RII par un filtre RIF à 20 coefficients. Trouvez g(n) la réponse impulsionnelle de ce filtre RIF.

5. Considérons maintenant un autre filtre numérique décrit par l’équation temporelle suivante :



Ou T est le pas d’échantillonnage, correspondant à une fréquence d’échantillonnage de 40kHz.

* S’agit-il d’un RIF ou d’un RII ? Quel est son ordre ?
* Trouvez sa fonction de transfert en z
* Que pouvez dire à propos de sa stabilité ?

***Remarque : Toutes les questions sont sur 01 point à l’exception de la 5ème question sur 2 points.***

**Solution Exercices 9**

1)- l’équation temporelle est de la forme

y(n)=x(n)+βy(n-1). Il s’agit donc d’un filtre RII (Réponse Impuslionnelle de Durée Infinie). Il est du premier ordre.

2. Pour déterminer son type (pasee-bas, passe-haut …etc) nous pouvons commencer par déterminer sa fonction de transfert H(z)



Comme β est positif et compris entre 0 et 1, nous avons un pôle = β. Le pôle est donc positionné à f=0. Nous savons que les pôles se trouvent dans la bande passante du filtre. On déduit donc que la bande passante couvre les basses-fréquences. Il s’agit d’un passe-bas

3. Pour trouver la réponse impulsionnelle h(n) de ce filtre RII nous avons

y(n)=x(n)+βy(n-1)

si on prend l’entrée un Dirac δ(n) la sortie sera la réponse impulsionnelle

y(0)=1 + β.0

y(1)=0 + β.1= β

y(2)=0 + β. β = β2

y(3)=0 + β. β2= β3

…..etc

La réponse impuslionnelle de durée infinie de notre filtre prend alors la forme suivante :

 ou u(n) représente l’échelon unitaire discret (composé de Dirac de 0 à l’infini).

4. Le filtre RIF de 20 échantillons obtenu par troncature aura la réponse impuslionnelle suivante :



1. Nous avons le filtre numérique suivant :



* Il s’agit d’un filtre RII du second ordre.
* Sa fonction de transfert en z H(z) poeut être obtenue comme suit :

Y(z)=X(z)-b1Y(z)z-1-b2Y(z)z-2 d’où 

* La stabilité de ce filtre numérique dépend de ses pôles. Comme c’est un filtre du second ordre (dénominateur de H(z) est un polynôme en z du second ordre) nous avons deux pôles. Il faut que ces deux pôles soient à l’intérieur du cercle unitaire du plan z

**Exercice 10**

Soit un filtre numérique défini par l’équation aux différences :

y(n) = x(n) + x(n − 8)

où x et y désignent respectivement l’entrée et la sortie du filtre.

**a)** Représenter la structure de ce filtre. S’agit-il d’un RIF ou RII ? Ce filtre est-il stable ? Justifiez

b) Trouvez sa réponse fréquentielle et tracer son module.

c) Quelle est le type de ce filtre ?

**d)** Trouvez un signal somme de 4 sinusoïdes discrètes qui soit complètement éliminé par le filtre.

**EXERCICE 11**

Soit le signal s(t)=a1.cos(2.π.f1.t) + a2.cos(2. π.3.f1.t) avec f1>0.

Le signal se(t) est le signal s(t) échantillonné (échantillonnage parfait) avec une fréquence fe.

1 - Le signal s(t) est il périodique ? Si oui donner sa période

2 - Donner l’expression de S(f) (Transformée de Fourier de s(t))

3 - Donner l’expression de Se(f) (Transformée de Fourier de se(t))

4 – On choisit f1=20Hz, a1=1, a2=2 et fe=100Hz. Représenter sur le même graphe le module de S(f) et de (1/fe).Se(f) entre 0 et fe. (Spectre bilatéral entre –fe et +fe) (Utiliser 2 couleurs si c’est possible)

5 – Expliquer les différences entre S(f) et Se(f). Quel est l’effet de l’échantillonnage sur le spectre du signal ?

6 – A partir des échantillons du signal numérisé, pourra-t-on restituer correctement s(t) ? Pourquoi ?

**EXERCICE 12**

Soit deux filtres numériques décrits par les équations suivantes :



Et



e(n) étant l’entrée du filtre numérique et s(n) est sa sortie

(a) Représentez la structure de chacun

(b) Déterminer la réponse impulsionnelle de chaque filtre.

(c) Préciser le type de ces deux filtres : RIF ou IIR. Justifier.

(e) Ces filtres sont-ils stables ? Justifier.

(f) Déterminer analytiquement la réponse fréquentielle de chacun. Montrer que celle du premier peut s'écrire :



(g) Déterminer analytiquement le module et la phase de la réponse fréquentielle des deux filtres.

(h) Tracer l'allure de la réponse fréquentielle en amplitude et en phase de chaque filtre pour fe= 10kHz.

(i) En déduire le type de filtrage réalisé pour chacun et préciser la valeur de la fréquence de coupure.