

Rattrapage CEC

Exercice 1 : 06 points

On veut optimiser le codage d'images transmises par un système numérique. Les images sont numérisées et codées selon des niveaux de gris.

Une image est constituée de 128x128 pixels. Chaque pixel est ensuite codé par un niveau de gris parmi dix niveaux possibles. Les niveaux de gris sont désignés par la suite par  $n_0, n_1, n_2, \dots, n_8, n_9$ .

Une étude statistique des images montre que l'on dispose en moyenne de :

- 7410 pixels uniformément répartis sur les niveaux  $n_4$  et  $n_5$ .
- 6900 pixels uniformément répartis sur les niveaux  $n_2, n_3, n_6$  et  $n_7$ .
- 1620 pixels uniformément répartis sur les niveaux  $n_1$  et  $n_8$ .
- 454 pixels uniformément répartis sur les niveaux  $n_0$  et  $n_9$ .

1) Calculer les probabilités  $p_i$  correspondant aux niveaux  $n_i$  de la source d'images. En déduire l'entropie de cette image ?

2) On code les pixels à l'aide de bits. On choisit de coder chaque niveau avec un nombre identique de bits. Quel est le nombre minimum de bit par pixel ?

3) Le débit binaire de transmission est de 107 bits/s. Calculer la durée de transmission d'une image.

Exercice 2 : 06 points

1. D'une manière simple nous pouvons définir la DCT1D d'une séquence discrète  $x$  de  $N$  échantillons comme étant le produit matricielle suivant :  $y=Cx$

Où  $C$  est une matrice  $8 \times 8$  et  $y$  est une séquence de 8 coefficients DCT 1D.

La matrice  $C$  est donnée par où  $m=8$

$$C_{j,k} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{m}}, & k = 0 \\ \sqrt{\frac{2}{m}} \cos\left(\frac{\pi}{m} k \left(j + \frac{1}{2}\right)\right), & k = 1, \dots, m-1 \end{cases}$$

Donnez les valeurs de la matrice  $C$ .

2. Soit un bloc d'une image de 8x8 pixels

$$\begin{bmatrix} 35 & 35 & 35 & 37 & 112 & 110 & 111 & 110 \\ 35 & 35 & 35 & 35 & 111 & 112 & 112 & 111 \\ 35 & 35 & 35 & 35 & 112 & 111 & 112 & 112 \\ 34 & 36 & 35 & 34 & 111 & 112 & 114 & 112 \\ 35 & 35 & 35 & 35 & 112 & 112 & 112 & 113 \\ 35 & 35 & 37 & 38 & 111 & 111 & 112 & 112 \\ 35 & 35 & 35 & 36 & 112 & 112 & 114 & 112 \\ 36 & 35 & 36 & 35 & 112 & 112 & 112 & 115 \end{bmatrix}$$

- Calculez son entropie
- A votre avis ce bloc d'images présente plus de hautes fréquences horizontales ou verticales ?
- Par un calcul approximatif trouver le bloc DCT2D en utilisant le résultat de la question 1

**Problème : 08 points**

Soit trois blocs d'images de 8x8 pixels.

$$\begin{pmatrix} 159 & 152 & 142 & 134 & 133 & 140 & 149 & 155 \\ 176 & 170 & 162 & 156 & 157 & 163 & 171 & 177 \\ 132 & 129 & 123 & 120 & 121 & 126 & 132 & 136 \\ 72 & 71 & 69 & 68 & 69 & 70 & 72 & 74 \\ 69 & 70 & 72 & 73 & 73 & 71 & 69 & 67 \\ 123 & 126 & 131 & 134 & 133 & 129 & 123 & 119 \\ 157 & 163 & 171 & 177 & 176 & 170 & 162 & 156 \\ 132 & 139 & 149 & 157 & 158 & 151 & 142 & 135 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 83 & 89 & 91 & 84 & 73 & 68 & 75 & 83 \\ 96 & 98 & 96 & 86 & 78 & 82 & 99 & 114 \\ 82 & 85 & 84 & 75 & 67 & 69 & 83 & 97 \\ 88 & 99 & 108 & 107 & 99 & 94 & 97 & 104 \\ 88 & 101 & 115 & 118 & 112 & 108 & 111 & 116 \\ 95 & 103 & 110 & 107 & 99 & 97 & 105 & 114 \\ 122 & 130 & 136 & 131 & 120 & 114 & 117 & 124 \\ 96 & 111 & 127 & 131 & 121 & 109 & 105 & 105 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 65 & 61 & 68 & 59 & 69 & 60 & 67 & 63 \\ 61 & 72 & 52 & 78 & 50 & 76 & 56 & 67 \\ 68 & 52 & 81 & 44 & 84 & 47 & 76 & 60 \\ 59 & 78 & 44 & 88 & 40 & 84 & 50 & 69 \\ 69 & 50 & 84 & 40 & 88 & 44 & 78 & 59 \\ 60 & 76 & 47 & 84 & 44 & 81 & 52 & 68 \\ 67 & 56 & 76 & 50 & 78 & 52 & 72 & 61 \\ 63 & 67 & 60 & 69 & 59 & 68 & 61 & 65 \end{pmatrix}$$

1. Choisir le bloc qui à votre avis contient le plus d'informations et calculez son entropie
2. Nous avons ci-dessous trois blocs DCT2D de 8x8 coefficients chacun. Désignez pour chaque bloc d'image (ci-dessus) le bloc DCT2D qui lui correspond en justifiant

$$\begin{pmatrix} 32 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 50 & 0 & 0 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -9 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 64 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 17 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3. La matrice de quantification utilisée dans l'algorithme JPEG est donnée ci-dessous

$$\begin{pmatrix} 16 & 11 & 10 & 16 & 24 & 40 & 51 & 61 \\ 12 & 12 & 14 & 19 & 26 & 58 & 60 & 55 \\ 14 & 13 & 16 & 24 & 40 & 57 & 69 & 56 \\ 14 & 17 & 22 & 29 & 51 & 87 & 80 & 62 \\ 18 & 22 & 37 & 56 & 68 & 109 & 103 & 77 \\ 24 & 35 & 55 & 64 & 81 & 104 & 113 & 92 \\ 49 & 64 & 78 & 87 & 103 & 121 & 120 & 101 \\ 72 & 92 & 95 & 98 & 112 & 100 & 103 & 99 \end{pmatrix}$$

Pour chacune des trois blocs DCT2D de la question 2 trouver les blocs DCT2D quantifiés qui leurs corresponds.

4. Choisir un seul bloc DCT2D quantifié et appliquez lui le balayage en zig-zag et ensuite un codage de Huffman. Dans ce cas calculer le taux de compression obtenu pour ce bloc.