**III-Operations arithmétiques binaires et circuit arithmétiques :**

Lorsque on additionne deux nombres binaires, on obtient une retenue quand la somme d'une colonne est supérieure ou égale à 2 (10).

**III-1-Tableau de l’addition :**

|  |  |
| --- | --- |
| entrées | sorties |
| a b | Somme retenue |
| 0+0 | 0 |
| 0+1 | 1 |
| 1+0 | 1 |
| 1+1 | 0 est une retenu 1 |

**Exemple1** **Exemple2**

 11 1011 36 100100

 + 5 + 0101 + 29 + 011101

= 16 =10000 = 65 1000001

***III-2 ). La soustraction :***

-la soustraction s’effectue de la même manière qu'en décimal, si le chiffre à soustraire est plus grand, on augmente le chiffre que l'on soustrait de 10, que l'on retranchera dans la colonne suivante.

**III-1-2 Table de la soustraction**

|  |  |
| --- | --- |
| **entrées** | **sorties** |
|  **A b** | **Différence retenue** |
|  **0 - 0** | **0** |
|  **0 - 1** | **1 est une retenue 1**  |
|  **1 - 0** | **1** |
|  **1 - 1** | **0** |

Exemple1 Exemple2

11-5=6 10-7=3

 1011 1010

 - 0101 0111

 = 0110 =0011

***III-3. La multiplication :***

Elle est similaire à celle en décimal.

**III-3.1 –Table de multiplication** :

|  |  |
| --- | --- |
| Entrées  | Sortie |
| A b | Produit |
| 0 x 0 | 0 |
| 0 x 1 | 0 |
| 1 x 0 | 0 |
| 1 x 1 | 1 |

**a) -Exemple 1**

11\*13= 14310 1011

 \* 1101

 1011

 0000

 1011

 1011

 10001111

**b) -Cas des multiples de 2 :** Il suffit de mettre autant de 0 à droite du nombre que le poids de l'exposant du multiplicateur

 10011\*100=10011

***III-4. La division :***

Elle est identique que celle en décimal.

***III.4.1-Table de division :***

|  |  |
| --- | --- |
| Entrées  | Sortie |
| a b | quotient |
| 0  : 0 | indéterminé |
| 0 : 1 | 0 |
| 1 : 0 | indéterminé |
| 1 : 1 | 1 |

**a) -Exemple 1**

100011 111

- 111 101

 000111

- 111

 000000

**b) -Exemple2**

 100011.10 101.01

 - 10101 110.11

 0011101

 - 10101

 000100000

 - 10101

 0000010110

 - 0000010101

 01

 c)- **Cas des multiples de 2:** Il suffit de décaler autant de fois à gauche la virgule du nombre, que le poids de l'exposant du diviseur.

 10011 / 100 = 100,11

***III-5- Synthèse :*** des exemples à faire vous-même à la maison.

***III-5-1Addition binaire :***

***Exemple*** à faire à la maison

 ***1011 0111 1101 1011***

***+*** *1101* ***1111 + 0111 1111***

 -

**III-5-2- Soustraction binaire**

 1010 1101 1101 1011

 - 1001 1111 - 0111 1111

**III-5-3 Multiplication binaire :**

**Exemple :**

 \* 1001

**III-5-4- Division binaire :**

**Exemple :**

 1100 1101 1010

***III-6. Nombres signés :***

Comme, il existe, plusieurs modes de représentation des nombres signés, donc, on est obligé de définir qu’elle représentation doit-on adopter.

***1 °). Représentation module plus signe :***

C'est la méthode la plus simple, on ajoute un élément binaire au nombre pour la représentation du signe. On utilise la convention de signe suivante :

 « ‘0’ » pour le signe « + »}

 « 1 » pour le signe « - »} placé à gauche du nombre.

***2°-Exemple : soit à représenter le chiffre décimal + 23 et -23***

 **+2310 = 000101112**

 **- 2310 = 100101112**

On remarque donc qu'il faut préciser le nombre de bits sur lequel, on travaille, pour pouvoir interpréter le nombre.

Si on travaille sur n+1 bits, alors on pourra représenter un nombre N tel que :

 **-(2N-1) <N< 2N-1**

**3°-Exemple :**

 **Si n=3 => -7<N<7**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **7** | **0 111** |  | **-7** | **1 111** |
| **6** | **0 110** |  | **-6** | **1 110** |
| **5** | **0 101** |  | **-5** | **1 101** |
| **4** | **0 100** |  | **-4** | **1 100** |
| **3** | **0 011** |  | **-3** | **1 011** |
| **2** | **0 010** |  | **-2** | **1 010** |
| **1** | **0 001** |  | **-1** | **1 001** |
| **0** | **0 000** |  |  **0** | **1 000** |
| **signe** | **Module(nombre)** |  | **signe** | **Module(nombre)** |

L’inconvénient c’est que nous avons deux représentations du nombre **zéro « 0 »**

**\*-Représentation en complément à 2 :**

-C’est la représentation la plus utilisée par les microprocesseurs, calculateurs etc….

**\*-Notation en complément à1 (CA1) :**

La notation en complément à 1 d’un nombre binaire quelconque s’obtient en changeant

Chaque « o » par « 1 » et inversement chaque « 1 » par « 0 »

**4°-Exemples :**

**- N10 =4510** :Le **complément à 1 de 101101 est : 010010**

**-N10=2610 : Le complément à 1 de 011010 sera : 100101**

Pour écrire des nombres négatifs avec la notation en complément à 1, on attribue au bit de signe la valeur « 1 » et on transforme la grandeur exacte binaire en sa notation en complément à « 1 ».

**5°-Exemple :**

Soit à représenter le nombre **-57.**

 **-57**= 1 111001 notation en grandeur exacte.

 = 1 000110 notation en complément à « 1 »

 **Remarquez** que le bit de signe n’est pas complémenté, mais reste à 1 afin d’indiquer un nombre négatif.

Voici deux autres exemples de nombres négatifs écrits en représentation complément à 1.

 -14=10001

 -7=1000

**-Notation en complément à 2 (CA2) :**

 La notation en complément à **2** d’un nombre binaire s’obtient simplement en prenant la notation en complément à 1 du même nombre et on lui additionne **1** au bit du poids le plus faible.

**Exemple :**

Soit le nombre **5710** en binaire = 111001 on complémente chaque bit pour passer **au CA1**

Le **CA1=** **000110**

 **C A 2 +1 on** ajoute 1 au bit du poids le plus faible pour trouver **CA2**

Le **CA2** = **000111**

**III.7-** **Conversion des nombres complémentés en binaire :**

La conversion d’un nombre écrit en CA1 ou en CA2 en sa valeur binaire exacte ne pose aucun problème, pour passer du CA1à la valeur exacte, il suffit de complémenter chaque bit à nouveau.de même, pour passer du CA2 au nombre binaire, il suffit de compléter chaque bit et d’ajouter un 1 au bit du poids le plus faible.

Dans les deux cas, la conversion en binaire fonctionne de la même façon que la transformation du binaire en une forme complémentée. On recommande l’exemple qui suit :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Notation en grandeur exacte | Notation en complément à 1 | Notation en complément à 2 |
| +57 | 0 111001 | 0 111001 | 0 111001 |
| -57 | 1 111001 | 1 000110 | 1 000111 |
|  | Bit de signe | Bit de signe | Bit de signe |

**1-Exemple :**

 **+3** = 0 0011

 **CA1**= 1 1100

 + 1

 **CA2** 1 1101 c’est le complément à 2 de **-3**

**2-Exemple d’application** :

 Chacun des nombres suivants est le complément à 2 d’un nombre binaire signé.

Trouver sa valeur décimale.

1. **01100 ; b) 11010 ; c) 10001**

**Solution :**

1. Le signe de bit est « o ». Nous avons donc à faire à un nombre positif, les quatres autres bits représentent la grandeur exacte du nombre.

Donc **11002 =1210**

 Il s’agit donc du nombre décimal +12

 b) Le signe du bit étant « 1 » ; nous avons donc un nombre négatif, les quatres bits restant sont le complément à 2 de la grandeur. Pour trouver cette dernière, on doit complémenter de nouveau par rapport à 2.il faut se rappeler que la complémentation à 2 change le signe du nombre signé, de sorte qu’ici, on complémente à 2 un nombre binaire négatif (y compris le bit de signe) ; on obtient le nombre négatif.

 11010 nombre négatif original.

 00101 complément à 1

 + 1 ajout de 1

 00110

Comme le résultat de la complémentation à 2 est +6, le nombre original doit donc être « -6 »

**c-Cas spécial de la notation en complément à 2**:

Quand un nombre signé a un « 1 » comme bit de signe et que des zéros comme bits de grandeur, son équivalent décimal est : **-2n** ou **n** est le nombre de bits de grandeur.

**-Exemple :**

 **1000= -23=-8**

 **10000= -24=-16**

 **100000= -25 =-32**

Par conséquent, on peut donc affirmer que l’intervalle complet des valeurs que l’on peut écrire en complément **à 2** au moyen de nbits de grandeur est :

 **-2n à (2n-1)**

III-8- **Addition complément à 2 :**

La notation en complément **à 2** et la notation en complément **à 1** sont très similaires.

**a-1er cas :** deux nombres positifs.

L’addition de deux nombres positifs est immédiate. Soit l’addition de +9 et +4

 +9 0 1001 cumulande

 +4 0 0100 cumulateur

 0 1101 somme = +13

**b-2eme cas :** nombre positif et nombre négatif plus petit

 Soit l’addition de **+9** et **-4**. Rappelez-vous que **-4** est exprimé dans la notation en

 Complément **à 2**, donc :

 +4 (00100) doit être converti en -4 (11100)

 +9 0 1001

 -4 1 1100

 1 0 0101

 Ce report n’est pas pris en considération de sorte que le résultat est

 00101 (somme = +5).

**Remarque**: dans ce cas les bits de signe sont aussi additionnées. En fait, un report est produit au moment de l’addition du dernier rang. Ce report est toujours rejeté d’où la somme finale est : 00101, soit le nombre décimal +5.

 **c-** **3 eme cas :** nombre positif et nombre négatif plus grand. **(-9 +4)**

 -9 1 0111

 +4 0 0100

1. 1011 = -5

 Le bit de signe.

 **d-** **4eme cas :** deux nombres négatifs **(-9 , -4)**

 -9 1 0111

 -4 1 1100

 1 1 0011

 Bit de signe

 Ce report n’est pas pris en considération, le résultat est donc : **1 1011**

 (Somme = **-13)**

 **III-9- Addition en BCD :**

 Soit l’addition du nombre : **1810 +510**

**III-9-1-Opération en binaire BCD :**

 **0001 1000**

 **+ 0000 0101**

 **0001 1101**

 **+ 0110**

 0010 0011

 **2 3**

Pour obtenir un résultat correct, il faut ajouter 6 si le quartet (4 bits) est supérieur à 9, et/ou si on a eu une retenue vers le bloc de 4 bits de gauche et ainsi de suite

**a-Exemple d’application :**

Soit à faire la somme en **BCD** des nombres décimaux suivants : **265+975**

**III-10-Addition en hexadécimal :**

**-Exemple :**

 **19 3DE**

 **+ B9 + 4AC**

 **D2** **88A**

**III .11-Soustraction en hexadécimal :**

**-Exemple :** l’opération est analogue à celle en décimale.

 **ABC EDF**

 **- 9AD - DF3**

 10F 0EC