# CHAPITRE 4
# PRODUIT DE CONVOLUTION ET CORRELATION

## IV.1 Produit de convolution

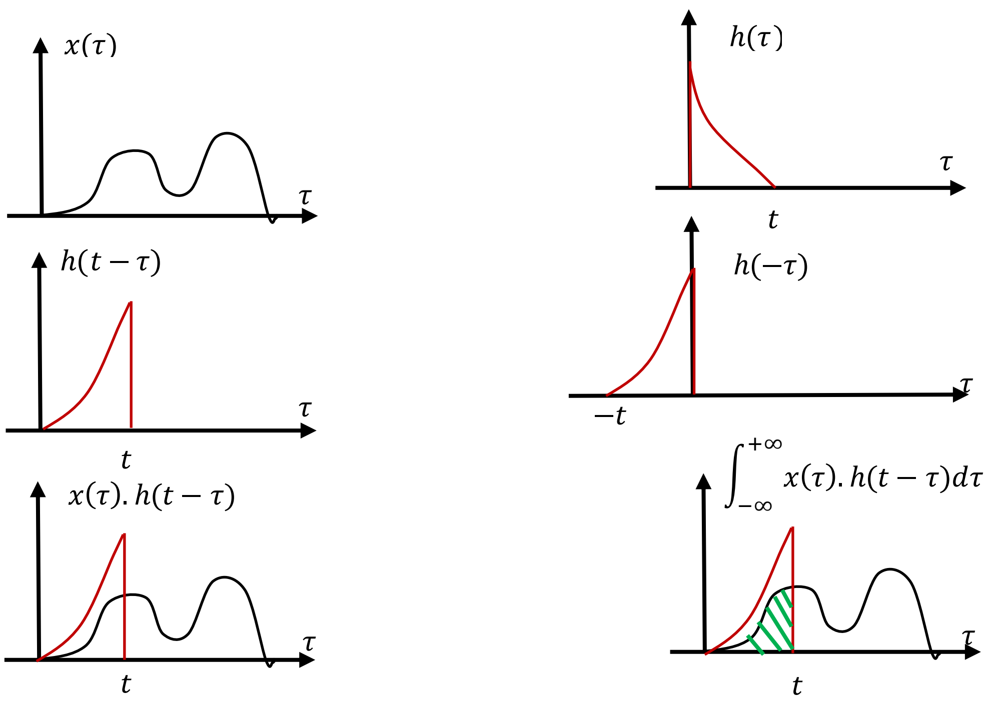
Le produit cde convolution d'un signal x(t) par un autre signal h(t) est donnée par :

$$x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau).h(t-\tau)d\tau$$
$$= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t-u).h(t)du = (h * x)(t) = h(t) * x(t)$$

Le produit de convolution est commutatif

On note souvent : $(h * x)(t) = x(t) * h(t)$

**Example :**



## 1. Théorème de Plancherel

$$x(t).y(t) \leftrightarrow X(f) * Y(f)$$
$$x(t) * y(t) \leftrightarrow X(f).Y(f)$$

La transformée de Fourier du produit de deux fonctions est la convolution entre les TF de chaque fonction et la transformée de Fourier du produit de convolution de deux fonctions est le produit des deux fonctions.

## 2. Dérivation en fréquence :

$$\frac{dX(f)}{df} \leftrightarrow (-j2\pi ft)x(t)$$
$$\frac{dX^n(f)}{df^n} \leftrightarrow (-j2\pi ft)^n x(t)$$

## 3. Corrélation

En traitement de signaux, il est souvent nécessaire de comparer deux signaux, cela peut se faire de plusieurs manières. La méthode qui est la plus utilisée consiste à une mesure de leur similitude de forme et de position en faisant translater l'un des signaux par rapport à l'autre mathématiquement. Cette opération est un produit scalaire.

- **Définition de la corrélation**

C'est la relation qui indique le degré de similitude entre deux fonctions (signaux).

**a) Fonction d'inter-corrélation dans le cas des signaux à énergie finie (cas des signaux périodiques) :**

$$R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)y(t-\tau)dt$$

$y(t)$ est translaté d'une quantité $\tau$

**b) Fonction d'auto-corrélation dans le cas des signaux à énergie finie :**

Cette fonction permet de comparer un signal avec lui-même avec l'intervalle du temps *t*.

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)x(t-\tau)dt$$

La valeur à l'origine $(\tau = 0)$ correspond à l'énergie du signal

$$R_x(0) = \int_{-\infty}^{\infty} x\,(t)x(t)dt = E_x$$

c) fonction d'inter-corrélation dans le cas des signaux à puissance moyenne finie :

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x\,(t)y(t-\tau)dt$$

d) fonction d'auto-corrélation dans le cas des signaux à puissance moyenne finie :

$$R_x(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x\,(t)x(t-\tau)dt$$

La valeur à l'origine $(\tau = 0)$ correspond à la puissance moyenne du signal

$$R_x(0) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x\,(t)x(t)dt = P_x$$