Travaux Dirigés N° 4
Transformée de Laplace

Exercice 01 :

Calculer les transformées de Laplace des fonctions usuelles suivantes à l'aide de la définition (penser à utiliser les formules d'Euler si besoin).

$u(t)$, $tu(t)$, $e^{-at}u(t)$, $\cos(\omega t)u(t), \sin(\omega t)u(t)$.

Exercice 02 :

En utilisant les théorèmes des valeurs initiale et finale, calculez s(t→0+) et s(t→∞) pour les fonctions suivantes :

1. $S(p)=\dfrac{p^2+2p+4}{p^3+3p^2+2p}$

2. $S(p)=\dfrac{p^3+2p^2+6p+8}{p^3+4p}$

Exercice 03 :

Calculer les transformées de Laplace inverse des fonctions suivantes.

1. $F(p)=\dfrac{p-8}{(p-8)^2+25}$

2. $H(p)=\dfrac{p+1}{p^2+4}$

3. $M(p)=\dfrac{p-2}{(p-2)^2+4}$

4. $G(p)=\dfrac{1}{(p+1)^2}+\dfrac{1}{p^2+1}$

Exercice 04 :

Calculer les transformées de Laplace associées aux équations différentielles suivantes, puis déterminer leur solution générale en appliquant la transformée de Laplace inverse.

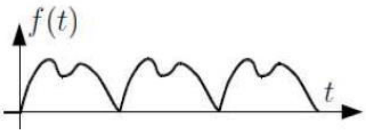
1. $y''+4y'+3y=6 \qquad y(0)=y'(0)=0$

2. $y''+3y'+2y=1 \qquad y(0)=-1$ et $y'(0)=2$

Exercice 05 :

On suppose une fonction causale **f(t)** qui est périodique de période **T** pour $t \geq 0$. Plus précisément, la période de f(t) est une fonction $\mathbf{f_0(t)}$, ce qui permet d'écrire :

$$f(t)=f_0(t)+f_0(t-T)+f_0(t-2T)+\cdots+f_0(t-nT)$$



Montrer que : $L\left[f(t)\right]=L\left[f_0(t)\right]\dfrac{1}{1-e^{-Tp}}$.

Exercice 06 :

1. Calculer la transformée de Laplace de la fonction **f(t)**.

2. Déduire la transformée de Laplace de **g(t)**.