**TD1 : CODAGES ENTROPIQUE**

**CODAGE ET COMPRESSION MASTER 1 RT ET ST**

**Exercice 1**

Soit la variable aléatoire discrète (va) X dont les valeurs x sont respectivement les codes ASCII (American Standard Code for Information Interchange) écrits en décimal des lettres majuscules {M, N, O, P, Q}. Nous supposons que ces caractères obéissent à deux lois de probabilités pour deux cas de figures différents. Nous proposons aussi de les coder différemment d’abord avec le code ASCII de base et ensuite avec un code C donné

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 81 | 80 | 79 | 78 | 77 | x |
| 0.10 | 0.40 | 0.20 | 0.15 | 0.15 | P1(x) |
| 0.20 | 0.20 | 0.20 | 0.20 | 0.20 | P2(x) |

1. Tracez la fonction de densité de probabilité de X pour les deux lois de probabilités,

2. Calculez l’espérance mathématique E(X), la variance VAR(X) et l’écart type σ, pour les deux lois de probabilités

3. Calculez l’entropie de la source (de la variable aléatoire X) pour les deux lois de probabilités

4. Calculez la redondance de la source (ou variable aléatoire X) par rapport à la première loi de probabilité. On rappelle que la redondance d’une source c’est la différence entre l’entropie maximale obtenue pour une distribution uniforme et l’entropie réelle. Que peut-on conclure à partir de cette redondance calculée?

5. Comme nous prenons en considération dans cet exercice le code ASCII de base, où chaque caractère est sur 7 bits, comparez l’entropie calculée en (3) avec la longueur moyenne (lmoy) d’un caractère (comme il s’agit d’un codage ASCII à taille fixe, donc lmoy=7 bits). Que pouvez-vous conclure?

6. Calculez l’efficacité de codage (ASCII) et la redondance du code (différente de la redondance source) pour chacune des lois de probabilité. Que pouvez-vous conclure?

On rappelle que :

- l’efficacité de codage **η = H(X)/lmoy**

- le **rendement du code= lmoy - H(X)** est donc : **rendement/H(X)** représente en pourcentage de bits supplémentaires par rapport à un code optimal

7. Si nous utilisons maintenant le codage C formé des mots de code suivants : {0, 10, 110, 1110, 1111}.

- Que peut dire par rapport à ce codage, est il déchiffrable ? Expliquez

- A votre avis quel mot de code doit on affecter aux différentes valeurs de x, en se limitant à la première loi de probabilité ? Justifiez

- Qu’en est il de l’efficacité de codage et du rendement de ce nouveau code et pour la première loi probabilité ? Que peut-on conclure ?

**Solution Exercice 1**

P1(X)

**0.400**

**0.20**

**0.15**

**0.15**

**0.10**

**x**

 **77 78 79 80 81**

P2(X)

**0.20**

**0.20**

**0.20**

**0.20**

**0.20**

**x**

 **77 78 79 80 81**

2. **E1(X) = ∑xiP1(xi)** = 77 × 0.15 + 78× 0.15 + 79 × 0.20 + 80 × 0.40 + 81 × 0.10 = 11,55 + 11,7 + 15,8 + 32 + 8,10 = 79,15

**E2(X) = ∑xiP2(xi)** = [77 + 78 + 79 + 80 + 81] × 0.20 = 79

**VAR1(X) = ∑(xi – E1(X))2P1(xi)** = 2,152× 0.15 + 1,152× 0.15 + 0,152× 0.2 + 0,852× 0.4 + 1,852× 0.10 = 0,6934 + 0,1984 + 0,0045 + 0,289 + 0,3423 = 1,5276

σ1(X) = 1,2359

VAR2(X) = [22 + 12 + 02 + 12 + 22] × 0.20 = 6 × 0.20 = 1.20

σ2(X) =1,0954

3. Rappelons que pour cette entropie nous avons besoin de calculer **Log2**(x) . Nous pouvons alors utiliser la relation : **Log2(x)=log10(x)/log10(2).**

L’Entropie de X pour la première loi de probabilité

 H1(X)=- ∑P1(xi)Log2(P1(xi)) = - [0,15Log2(0,15) + 0,15Log2(0,15) + 0,2Log2(0,2) + 0,4Log2(0,4) + 0,1Log2(0,1)] = 2.1464 bits

Entropie de X pour la deuxième loi de probabilité

 H2(X)=- ∑P2(xi)Log2(P2(xi)) = - 5×[0,2Log2(0,2)] = - Log2(0,2) = 2.3219 bits

H2(X) = Hmax(X) car c’est une loi de probabilité uniforme (équiprobable)

4. D’après la théorie de l’information, l’entropie maximale est obtenue pour une distribution uniforme, soit Hmax(X) = H2(X) (car la deuxième loi de probabilité ici, est uniforme)

**Redondance = H2(X) – H1(X) = - Log2(0,2) - H1(X) = 2.3219 - 2.1464 = 0,1755 bits**

Si tous les symboles d’une source sont équiprobables alors l’entropie est maximale. Si certains symboles sont beaucoup plus probables que d'autres, l'entropie de la source est faible et la source est dite redondante. Autant l’entropie est faible autant la redondance est plus élevée et l’incertitude est faible.

5. Avec la première loi de probabilité H1(X)= 2.1464 bits. Avec la deuxième loi de probabilité qui est uniforme H2(X)= 2.3219 bits = Hmax

La longueur moyenne pour un code ASCII de base est lmoy = 7 bits

Nous remarquons donc que ce type de codage (ASCII) est très loin d’être optimal lmoy est très grand devant l’entropie pour les deux lois de probabilité

6.

- Pour le calcul de l’efficacité du code ASCII à 7bits nous avons :

Pour la première loi de probabilité : η1 = H1(X)/lmoy = 2.1464/7 = 0,3066

Pour la deuxième loi de probabilité : η2 = H2(X)/lmoy = 2.3219 /7 = 0,3317

- le **rendement du code**

Pour la première loi de probabilité rendement du code = lmoy – H1(X) = 7- 2.1464 = 4,8536 bits et donc : rendement/H1(X) = 4,8536 / 2.1464 = 2,2613

Pour la deuxième loi de probabilité rendement du code = lmoy – H2(X) = 7- 2.3219 = 4,6781 bits et donc : rendement/H2(X) = 4,6781 / 2.3219 = 2,0147

7. Le code C = {0, 10, 110, 1110, 1111}

- Que peut dire par rapport à ce codage, est il déchiffrable ? Expliquez

- C est un code préfixe où aucun mot de code n’est le début d’un autre mot de code. Un code de Prefixe est un code déchiffrable (ou décodable),

- Il suffit d’affecter les mots de code de tailles plus petites aux symboles les plus probables et vice-versa

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 81 | 80 | 79 | 78 | 77 | x |
| 0.10 | 0.40 | 0.20 | 0.15 | 0.15 | P1(x) |
| 1111 | 0 | 10 | 110 | 1110 | Code |

On doit d’abord calculer lmoy pour le code C en utilisant la formule

L’efficacité est donc donnée par : η1 = H1(X)/lmoy = 2.1464/2.25 = 0,9539

Il s’agit d’un code préfixe (déchiffrable) et avec une efficacité intéressant qui dépasse 95%

**Exercice 2.**

Un codage Huffman est utilisé pour encoder de manière compacte les espèces d’oiseaux menacés dans la région humide d’Annaba/El Tarf (les lacs).Si 50% de ces oiseaux sont des chardonnerets et que le reste est réparti uniformément (même probabilité) entre 5 autres espèces,

1. Représentez Graphiquement la fonction de densité de probabilité de ces espèces d’oiseaux

2. Calculez l’entropie de cette variable aléatoire. En déduire la redondance de cette source

3. Combien de bits seraient utilisés pour coder selon l’algorithme de Huffman l'espèce chardonneret par rapport aux autres oiseaux ?

**Solution Exercice 2.**

1.

**0.50**

**0.10**

**0.10**

**0.10**

**0.10**

**0.10**

Espèce 5

Espèce 4

Espèce 3

Espèce 2

Espèce 1

Chardonnerets

2. H(X)=- ∑P(xi)Log2(P(xi)) = - [0.5Log20.5 + 5× 0.10Log20.10] =

La redondance de la source est donnée par Hmax(X) – H(X) = -Log2(1/6) + [0.5Log20.5 + 5× 0.10Log20.10] =

3. Si un symbole a une probabilité ≥ 0,5, il sera incorporé dans l'arbre de Huffman à l'étape finale de l'algorithme, et deviendra un enfant de la racine finale de l'arbre de décodage. Cela signifie qu'il y’aura un encodage de 1 bit seulement pour le chardonneret. En effet, dans notre cas le chardonneret, par rapport aux autres espèces, est l’oiseau le plus fréquent (le plus probable) donc son codage entropique (VLC : Variable Length Coding) prendra le moins de bits.

**Exercice3**

Une variable aléatoire X est distribuée selon les probabilités ponctuelles du tableau suivant :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| e | d | c | b | a | x |
| 1/12 | 1/6 | 1/6 | 1/4 | 1/3  | P(X) |

(a) Calculez H(X). Que pouvez-vous dire sur la redondance de cette source ?

(b) Construisez un code Huffman pour la variable et calculez sa longueur moyenne lmoy . En déduire l’efficacité du codage

(c) Décodez le message 00101100001 selon votre code

**Solution Exercice3**

a)- H (X)= - ∑P(xi)Log2(P(xi)) = -[1/3×Log2(1/3) + 1/4×Log2(1/4) + 2/6×Log2(1/6) + 1/12×Log2(1/12)] = 2.1860 bits

La redondance de la source est donnée par **Hmax(X) – H(X) = - Log20.2 – H(X) = 2.3219 - 2.1860 = 0,1359 bit**

b)-

**00**

**0**

**7/12**

**5/12**

**1/3**

P(a)=1/3

**01**

**1**

**1/3**

**1/4**

P(b)=1/4

**01**

**11**

**10**

**1/4**

**5/12**

**1/4**

P(c) = 1/6

**100**

**11**

P(d) = 1/6

**1/6**

P(e) = 1/12

**101**

lmoy = 2bits × 1/3 + 2bits × 1/4 + 2bits × 1/6 + 3bits × 1/6 + 3 bits × 1/12 = 2/3 + 2/4 + 2/6 + 3/6 + 3/12 = 8/12 + 6/12 + 4/12 + 6/12 + 3/12 = 27/12 = 2,25 bits

L’efficacité de codage est donnée par : **η = H(X)/lmoy** = 2.1860/2.25= 0,9715

Par conséquent, le codage de Huffman a amené l'efficacité de codage à plus de 97%

c)- le décodage de la séquence : 001011000001 = 001011000001 = aedab

**Exercice4**

Soit une variable aléatoire distribuée uniformément sur l'ensemble {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

(a) Construisez un code Huffman pour la variable.

 (b) Quelle est la longueur moyenne du mot de code pour votre code ? Comment cela se compare-t-il à l’entropie ?

(c) Si vous interprétez un mot de code de longueur k comme une probabilité de 2−k, quelle est alors la distribution implicite exprimée par votre code ?

**Exercice 5**

1. Une source émet des symboles Xi, 1≤i≤6, au format DCB (Décimal Codé Binaire ou BCD : Binary Coded Decimal) avec des probabilités P(Xi) selon le tableau suivant, à un débit Rs = 9,6 kbaud (baud = symbole / seconde).

- Trouvez le débit d’information (ou taux d'information) R = H×Rs

- Trouvez le débit de données de la source, c'est-à-dire le nombre de bits/symboles × Rs

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Mot DCB | P(X) | X |
| 000 | 0.30 | A |
| 001 | 0.10 | B |
| 010 | 0.02 | C |
| 011 | 0.15 | D |
| 100 | 0.40 | E |
| 101 | 0.03 | F |

2. Appliquer le codage Shannon-Fano au signal source décrit dans le tableau. Y a-t-il des inconvénients dans les mots de code résultants?

3. Quelle est la séquence de symboles originale du signal codé Shannon-Fano 110011110000110101100?

 4. Quel est le débit de données du signal après le codage Shannon-Fano? Quel facteur de compression a été atteint?

5. Calculez l'efficacité de codage du signal DCB non codé ainsi que du signal codé Shannon-Fano.

6. Répétez les parties 2 à 5 mais cette fois avec le codage Huffman

**Solution Exercice 5**

1. L’entropie de la source calculée comme précédemment nous donne :

H(X) = 2.05724 bits/symbole

Le débit d’information est obtenue par :

R = H×Rs= 2.05724 [bits/symbole]×9600[symboles/s]= 19750 [bits/s]

(ii) Débit de données de la source =3[bits/symbole]×9600[symboles/s]= 28800 bits/s

2. Le codage de Fano-Shannon

Rappelons le principe du codage de Fano-Shonnon

**Principe de l’algorithme Shannon-Fano:**

- Classement dans un tableau, des probabilités d’apparition ou occurrences des symboles de la séquence par ordre décroissants,

 - Séparer les symboles en deux sous-groupes de sorte que le total des nombres d'occurences soient sensiblement égaux dans les deux sous-groupes

 - Le tableau est coupé en deux groupes de symboles S0 et S1 dont la somme des probabilités de chaque groupe avoisine 0.5

- Le groupe S0 est codé par un "0" et S1 par un "1 »,

- Recommencer pour chacun des sous-groupes, jusqu'à ce qu'ils n'aient plus qu'un seul élément.

S0

**0**

 P(E) = 0.4

S0

S1

**10**

**1**

P(A) = 0.3

S0

S1

**110**

**11**

P(D) = 0.15

S0

S1

**1110**

**111**

P(B) = 0.1

S0

S1

**11110**

**1111**

P(F) = 0.03

S1

**11111**

P(C) = 0.02

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **code** | **P(X)** | **X** |
| **0** | **0.4** | **E** |
| **10** | **0.3** | **A** |
| **110** | **0.15** | **D** |
| **1110** | **0.1** | **B** |
| **11110** | **0.03** | **F** |
| **11111** | **0.02** | **C** |

**Inconvénient : les** mots de code les moins probables ont une longueur maximale possible de :

**K − 1 = 6 −1 = 5, où K est le nombre de symboles**

et donc une mémoire tampon (buffer) de 5 bits est nécessaire.

3. La séquence suivante code selon Shannon-Fano:



correspond à DEFEEEDADE

 4. longueur moyenne du mot de code:

lmoy = 0.4×1bit + 0.3×2bits + 0.15×3bits + 0.1×4bits + 0.03×5bits + 0.03×5bits = 2.1 bits/symboles

Le débit de données, moyen est : lmoy × Rs = 2.1 × 9600 = 20160 bits/s

Ce qui nous permet de déduire le taux de compression (CR ou Compression Ratio) obtenu:

CR = 3bits/lmoy = 3/2.1 = 1.4286

5. Efficacité du codage **η** avant Shannon-Fano:

**η = H(X)/3 =** = 2.05724/3 = 68.58%

Efficacité du codage **η**  après Shannon-Fano:

**η = H(X)/lmoy =** 2.05724/2.1 = 0,9796 = 97.96%

Par conséquent, le codage Shannon-Fano a amené l'efficacité de codage à près de 100%

6. Pour le codage de Huffman on l’effectue de la même manière que pour les exercices précédents. **Aux étudiants de le faire**

**Exercice 6 :**

Considérez les deux arbres de décodage de Huffman suivants pour un code de longueur variable impliquant 5 symboles : A, B, C, D et E.

**0**

**0**

**0**

**A**

**1**

**B**

**0**

**1**

**1**

**C**

**D**

**1**

**E**

 **Arbre 1**

**0**

**0**

**1**

**A**

**0**

**1**

**B**

**0**

**C**

**1**

**D**

**1**

**E**

 **Arbre 2**

1. En déduire le code de chaque symbole pour les deux arbres

2. À l'aide de l'arbre n ° 1, décodez le message codé suivant : "01000111101".

3. Supposons que nous encodions des messages avec les probabilités suivantes pour chacun des 5 symboles: P(A) = 0,5 et P(B) = P(C) = P(D) = P(E) = 0,125. Lequel des deux encodages ci-dessus (arbre n ° 1 ou arbre n ° 2) produirait les messages encodés les plus courts en moyenne sur de nombreux messages?

4. En utilisant les probabilités de la partie (3), si vous apprenez que le premier symbole d'un message est "B", combien de bits d'information avez-vous reçu?

5. En utilisant les probabilités de la partie (B), si l'arbre n ° 2 est utilisé pour coder des messages, quelle est la longueur moyenne des messages de 100 symboles, en moyenne sur de nombreux messages?

**SolutionExercice 6**

1. A propos des codes obtenus pour les deux arbres, nous les présentons dans le tableau suivant :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Code Arbre 2 | Code Arbre 1 | Symbole |
| 00 | 0 | A |
| 01 | 100 | B |
| 10 | 101 | C |
| 110 | 110 | D |
| 111 | 111 | E |

2. le décodage de la séquence "**01000111101**" selon le premier arbre est

0 = A, 100 = B, 0 = A, 111 = E, 101 = C

3. En utilisant l'arbre n ° 1, la longueur moyenne lmoy du codage pour un symbole est:

**lmoy = 1 × p(A) + 3 × p(B) + 3 × p(C) + 3 × p(D) + 3 × p(E) = 2,0 bits**

- En utilisant l'arbre n ° 2, la longueur moyenne lmoy du codage pour un symbole est:

**lmoy = 2 × p(A) + 2 × p(B) + 2 × p(C) + 3 × p(D) + 3 × p(E) = 2,25 bits**

Ainsi, l'utilisation de l'encodage représenté par l'arbre n ° 1 produirait des messages plus courts en moyenne.

4. On rappelle que l’information associée à chaque symbole est donnée par :

Où mk représentent les différents symboles dans notre cas mk={A, B, C, D, E} et P(mk) la probabilité associée à chacun de ces symboles.

Donc, les bits d'information reçus pour le symbole B est

**I[B] =- log2[P(B)] = - log2(0.125) = 3**

5. Dans la partie (3), nous avons calculé que la longueur moyenne du codage pour un symbole utilisant l'arbre n ° 2 était de 2,25 bits, donc pour les messages de 100 symboles, la longueur attendue est de 225 bits.

**Exercice 7**

 La source d'entrée d'un canal de communication bruyant est une variable aléatoire X sur les quatre symboles a, b, c, d. La sortie de ce canal est une variable aléatoire sur ces mêmes quatre symboles. La densité de probabilité conjointe f(x,y) de ces deux variables aléatoires est la suivante:



(a) Calculez la distribution marginale pour X et calculez l'entropie marginale H(X) en bits.

***Rappel : La densité de probabilité ou distribution marginale de X notée fX(x) (respectivement de Y) est la distribution de X (respectivement Y) sur l’échantillon, calculée à partir de la distribution conjointe f(x,y) :***

******

(b) Calculez la distribution marginale pour Y et calculez l'entropie marginale H(Y) en bits.

(c) Quelle est l'entropie conjointe H(X, Y) des deux variables aléatoires en bits?

(d) Quelle est l'entropie conditionnelle H(Y | X) en bits?

(e) Quelle est l'information mutuelle I(X;Y) entre les deux variables aléatoires en bits?

**Solution Exercice 7**

2. a) Distribution marginale pour X est donc :

fX(x=a) = 1/8 + 1/16 + 1/32 + 1/32 = 1/4

fX(x=b) = 1/16 + 1/8 + 1/32 + 1/32 = ¼

fX(x=c) = 1/16 + 1/16 + 1/16 + 1/16 = ¼

fX(x=6) = 1/4 + 0 + 0 + 0 = 1/4

L'entropie marginale de X est :

H(X)= -[1/4Log2(1/4)+1/4Log2(1/4)+1/4Log2(1/4)+1/4Log2(1/4)] = - Log2(1/4) = 2 bits.

(b) La distribution marginale pour Y est :

fY(y=a) = 1/8 + 1/16 + 1/16 + 1/4 = 1/2

fY(y=b) = 1/16 + 1/8 + 1/16 + 0 = 1/4

fY(y=c) = 1/32 + 1/32 + 1/16 + 0 = 1/8

fY(y=d) = 1/32 + 1/32 + 1/16 + 0 = 1/8

L'entropie marginale de Y est :

H(Y)= -[1/2Log2(1/2)+1/4Log2(1/4)+1/8Log2(1/8)+1/8Log2(1/8)] = 1/2 + 1/2 + 3/8 + 3/8 = 1 + 6/8 = 14/8 = 7/4 = 1.75 bits

 (c) Entropie conjointe H(X,Y) :

On rappelle que l'entropie conjointe H(X,Y) mesure la quantité d'information moyenne contenue dans un système de deux variables aléatoires X et Y. Elle est, comme toutes les autres entropies, mesurée en bits lorsqu’on utilise un logarithme à base 2

H(X,Y) = - [1/4Log2(1/4) + 2/8Log2(1/8) + 6/16Log2(1/16) + 4/32Log2(1/32) = 2/4 + 6/8 + 24/16 + 20/32 = 1/2 + 3/4 + 3/2 + 5/8 = 27/8 = 3,375 bits

(d) Entropie conditionnelle H (Y | X): L'entropie conditionnelle H(Y/X) (respectivement H(X/Y) représente la quantité d'information nécessaire pour décrire une variable aléatoire Y (respectivement X)Y {\displaystyle Y}, en connaissant exactement la variable aléatoire X (respectivement Y)X {\displaystyle X}. H(Y/X) et H(X/Y) sont aussi mesurées en bits.

Où f(x,y) est la probabilité conjointe et P(Y/X) est la probabilité conditionnelle de Y sachant X.

De même H(Y/X) = H(X,Y) – H(X)

De la même manière on définit H(X/Y) par :

De même H(X/Y) = H(X,Y) – H(Y)

Donc pour calculer l’entropie conditionnelle H(Y/X) il suffit d’utiliser la formule :

H(Y/X) = H(X,Y) – H(X)

H(Y/X) = 27/8 – 2 = 11/8 bits = 1,375 bits

**H(X|Y) représente l’incertitude qu’il reste sur X lorsque l’on connait Y.**

**H(Y|X) représente l’incertitude qu’il reste sur Y lorsque l’on connait X.**

(e) L’information mutuelle I(X,Y) est la quantité d’information de X réellement apportée par Y



- si *X* et *Y* sont deux variables aléatoires indépendantes, on a :

**H(X,Y) = H(X) + H(Y)**

**H(X/Y) = H(X)**

**H(Y/X) = H(Y)**

**I(X,Y) = I(X,Y) = H(X)-H(X/Y)= H(Y) – H(Y/X) = H(X) + H(Y) – H(X,Y) =0**

- Sinon, une certaine dépendance entre X et Y :

 **H(X,Y) < H(X) + H(Y) < 2 H(X,Y)**

**H(X,Y) = H(X) + H(Y/X)**

**H(X,Y) = H(Y) + H(X/Y)**

**I(X,Y) = H(X) – H(X/Y) = H(Y) – H(Y/X) = H(X) + H(Y) – H(X,Y) > 0**

**I(X,Y) = I(X) – I(X/Y) > 0**

Il existe donc trois façons d'obtenir la réponse, comme le montre la formule ci-dessus :

I (X; Y) = H (Y) −H (Y | X) = 7/4 - 11/8 = 3/8 bits.

- Ou, I (X; Y) = H (X) −H (X | Y) = 2 - 13/8 = 3/8 bits.

- Ou, I (X; Y) = H (X) + H (Y) −H (X, Y) = 2 + 7/4 - 27/8 = (16 + 14-27) / 8 = 3 / 8bits.

**Exercice 8**

La source d'entrée d'un canal de communication bruyant (avec bruit) est une variable aléatoire X sur les trois symboles a, b et c. La sortie de ce canal est une variable aléatoire Y sur ces trois mêmes symboles. La distribution conjointe de ces deux variables est la suivante.



**Mêmes questions que pour l’exercice 7**

**Exercice 9**

1. Que peut on dire des codes suivantes?
	1. C1={0; 11; 101}
	2. C2={00; 01; 001}
	3. C3={0; 01; 10}
	4. C4={000; 001; 01; 1}
	5. C5={000100; 100101; 010101; 111000}
	6. C6={0; 01; 11}.
	7. C7={0; 10; 110; 1110}.
	8. C8={0; 10; 110; 1111}.
	9. C9={0; 01; 011; 0111}.
	10. C10={0,10,101,0101}.
	11. C11={0,10,110,111}.
2. A partir de l’inégalité de Kraft, que pouvez-vous dire à propos des codes suivants:
* C1 = {00, 01, 10, 11}.
* C2 = {0, 100, 110, 111}.
* C3 = {0, 10, 110, 11}.

**Solution Exercice 9**

1. Que peut-on dire des codes suivants?

On rappelle : Un code est dit préfixe (ou sans préfixe), il s’agit surtout de code à longueur variable, si aucun mot de code n’est le début d’un autre mot de code. Un code de Prefixe est un code déchiffrable (ou décodable),

* 1. C1={0; 11; 101}Code préfixe, longueur variable, déchiffrable
	2. C2={00; 01; 001}N’est pas préfixe
	3. C3={0; 01; 10}N’est pas préfixe car le premier mot de code 0 se trouve au début du deuxième mot de code
	4. C4={000; 001; 01; 1}Code préfixe, longueur variable, déchiffrable
	5. C5={000100; 100101; 010101; 111000}Longueur fixe, déchiffrable
	6. C6={0; 01; 11}. Code non préfixe
	7. C7={0; 10; 110; 1110}. Code préfixe, longueur variable, déchiffrable
	8. C8={0; 10; 110; 1111}. Code préfixe, longueur variable, déchiffrable
	9. C9={0; 01; 011; 0111}. Non préfixe
	10. C10={0,10,101,0101}. Non préfixe, 10 se trouve dans 101 et aussi 0 dans 0101
	11. C11={0,10,110,111}. Code préfixe, longueur variable, déchiffrable
1. A partir de l’inégalité de Kraft, que pouvez-vous dire à propos des codes suivants:

On rappelle : Inégalité de Kraft : Pour qu’un code Préfixe (code instantané ou encore code déchiffrable), correspondant à la source d’alphabets M={m1, m2, ,…, mK}, existe il faut et il suffit que ses longueurs de mots, notées lk où k={1, 2,…, K}, vérifient l’inéquation suivante:

* C1 = {00, 01, 10, 11}.
* C2 = {0, 100, 110, 111}.
* C3 = {0, 10, 110, 11}.

En appliquant l’inégalité de Kraft on obtient :

C1 = 1 donc Préfixe déchiffrable

C2= 7/8 donc préfixe déchiffrable

C3= 1,125 non préfixe, effectivement son quatrième mot de code (11) se trouve dans son troisième mot de code 110