

TP Systèmes Non Linéaires

TP N°3 "Analyse de la stabilité des systèmes non linéaires au sens de Lyapunov"

I. Rappels : Théorème de Lyapunov

Sois la représentation d'état d'un système linéaire : $\dot{X}(t) = A.X(t) + B.u(t)$

Si toutes les valeurs propres de la matrice d'évolution A sont à partie réelle strictement négative, alors pour toute matrice $Q > 0$ (définie positive), il existe une matrice $P > 0$ (définie positive) telle que : $A^T P + P A = -Q$.

- ❖ On peut appliquer ce théorème pour analyser la stabilité d'un système non linéaire autour d'un point d'équilibre donné.

Exemple d'application : Sois à analyser la stabilité au sens de Lyapunov d'un système

dont la matrice d'évolution est donnée par : $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & -3 & -2 \end{pmatrix}$

Script MATLAB:

```
%%% Résolution Equation Algébrique de Lyapunov AP+PA'=-Q

%%%1)Introduction de la matrice d'évolution A et de la matrice Q
A=[1 0 0;-1 0 1;2 -3 -2]; eps=0.025;Q=eps*eye(3);

%%%2) Résolution Equation de Lyapunov : AP+PA'=-Q=-eps.I
P=lyap(A,Q) ;

%%%3) Déterminer si P est strictement définie positive
disp('Lyapunov Solution is P = ');disp(P);
pause
k = eig(P);
disp('Les valeurs propres de P : ');disp(k);
pause
if(k(1)>0 && k(2)>0 && k(3)>0)
disp('P est strictement définie positive et le système est stable');
else
disp(' P est n'est pas strictement définie positive et le système est instable ');
end
```

II.1. Travail à faire :

- Ecrire un script MATLAB pour analyser la stabilité du système « pendule inversé » autour du point d'équilibre : $X_0=[0\ 0\ 0\ 0]$.