APPLICATIONS LINEAIRES

Définition :

Soit 2 et une application de dans , on dit que est une application linéaire si :

1.

2.

Remarque : l’ensemble des applications linéaires de dans est noté par . est un 𝕂-espace vectoriel. Si , on note

Exemple1 : et étant 2 ℝ.e.v

Soit , une application définie par :

. est une application linéaire.

En effet :

Propriétés :

Soit 2 et une application linéaire alors:

1. linéaire [
2. Si est un s.e.v de et un s.e.v de alors est un s.e.v de et est un s.e.v de .

Image et noyau d’une application linéaire :

Soit 2 et :

1. On appelle image de et on note par l’ensemble .
2. On appelle noyau de et on note par l’ensemble .
3. est un s.e.v de et est un s.e.v de .
4. est surjective .
5. est injective .
6. Soit un système de vecteur de .

* Si est injective et le système est libre dans alors le système est libre dans .
* Si est surjective et le système est générateur de alors le système est générateur de .
* Si est bijective et le système est une base de alors le système est une base de .

Définition :

Soit 2𝕂.e.v de dimensions finies et, on appelle rang de et on note par le nombre .

Théorème du rang :

Soit 2𝕂.e.v de dimensions finies et , alors

.

Corollaire1 :

Soit 2𝕂.e.v de dimensions finies avec

etalors :

injective surjective bijective.

Corollaire2

Soit un 𝕂.e.v de dimension finie et , alors

bijective .