## Théorie des jeux
## une introduction

Master 2 GADM

Enseignant Mme Belleili Souici H.

1

## Définition

Å La théorie mathématique des jeux est une branche des sciences économiques

Å On est dans une situation de jeux lorsque lôimpact de chaque agent sur les autres agents est « significatif »

Å La théorie des jeux vise à étudier formellement ce type de jeux où le sort de chaque agent participant dans le jeu, dépend non seulement des décisions quôil prend mais également des décisions prises par les autres agents intervenant dans le jeu.

Å Dès lors, le ñmeilleurò choix pour un agent dépend généralement de ce que font les autres.

2

## Interaction stratégique

Å On parle dôinteraction stratégique lorsque aucun des participants dans lôinteraction nôest maitre de son sort,

3

## Questions à se poser

- Qu'est-ce qu'un individu peut inférer sur les décisions des autres ?
- Peut-on prédire le choix de chaque joueur?
- Quel sera le résultat de ces actions ?
- Cela fait-il une différence si le jeu se déroule plusieurs fois ?

4

## But

- Le mot jeu peut faire penser à des problèmes banals
- En réalité, on utilise la théorie des jeux dans des situations très sérieuses:
  - Les réglements de faillite,
  - Lâattribution aux enchères de bandes de fréquence pour les technologies des réseaux sans fil
  - Décisions en matière de développement et de tarification de produits
  - Défense nationaleé .

5

## La théorie du choix rationnel

- Comment modéliser le comportement et les choix des joueurs ?
- La théorie du choix rationnel est une composante majeure de la plupart des modèles de théorie des jeux.
- Cette théorie stipule qu'étant données ses préférences, un joueur choisit la meilleure action parmi celles disponibles.
- La "rationalité" tient dans la cohérence des actions d'un joueur avec ses préférences,

6

## suite

- Afin de pouvoir représenter les préférences, il est toutefois nécessaire de supposer:
  - que celles-ci sont complètes sur l'ensemble des actions possibles : si un joueur doit faire un choix entre deux actions, il sera toujours capable de dire laquelle il préfère des deux ou si il est indifférent entre les deux.
  - Pour que le problème soit formalisable, il est par ailleurs nécessaire de supposer des préférences transitives : si l'action a est préférée à l'action b et b préférée à c alors a devra être préférée à c. Aucune autre restriction n'est imposée aux préférences.
  - Par exemple, il se peut qu'un joueur ait des préférences altruistes dans le sens où ses préférences dépendent du bien-être du ou des autres joueurs.

7

## Comment représenter les préférences?

- Une des possibilités est de spécifier pour chaque paire d'actions, l'action que le joueur préfère ou de noter que le joueur est indifférent entre les deux actions.
- Alternativement, on peut représenter les préférences par une "fonction de paiement" qui associe un nombre (valeur) à chaque action de telle sorte que les actions avec la plus grande valeur soient celles qui sont préférées1.

8

## Comment évaluer le résultat d'un jeu pour un individu?

- Lorsque le gain est monétaire, et dans le cas de joueurs opportunistes (non altruistes) le joueurs préfèrent le résultat pour lequel il obtient le plus d'argent,
- Or tous les jeux n'ont pas de résultats monétaire
- Dans ce cas la fonction de paiement *u* est déterminée par le degré de satisfaction du joueur
- La fonction de paiement *u* représentera les préférences d'un joueur si pour toute action *a* et *b* (dans l'ensemble des actions possibles)
- *u(a)>u(b)* si et seulement si le joueur *préfère a à b*

9

## Exemple

- Une personne a le choix entre 3 destinations pour ses vacances : La Havane, New-York et Venise.
- Elle préfère La Havane aux deux autres, qu'elle juge équivalentes.
- Ses préférences entre les 3 destinations sont représentées par n'importe quelle fonction de paiement qui assigne le même nombre à New-York et Venise et un nombre plus élevé à La Havane.
- Par exemple, on peut fixer *u(La Havane)=1 et u(New-York)=u(Venise)=0* ; ou
- *u(La Havane)=10 et u(New-York)=u(Venise)=1* ; ou encore *u(La Havane)=0 et u(New-York)=u(Venise)=-2*,...

10

## Synthèse

- La théorie du choix rationnel peut-être exposée simplement : dans chaque situation, le joueur choisit parmi les actions disponibles celle qui est la meilleure selon ses préférences.
- En permettant que le joueurs soient indifférent entre plusieurs actions, la théorie des choix rationnels stipule que :
- **l'action choisie par le preneur de décision est au moins aussi bonne (au sens de ses préférences) que toutes les autres actions disponibles** .

11

## Synthèse suite

- Cette théorie apparait également dans la théorie économique classique du consommateur et du producteur
- Théorie du consommateur, l'ensemble des action possibles est l'ensemble des paniers des biens abordables
- La théorie du producteur l'action a est préférée à l'action b si a conduit à plus de profit que b

12

## Remarque

- Cependant, en pratique la satisfaction du joueur ne dépend pas seulement de lœaction quœil préfère mais des actions possibles des autres joueurs,
- Dans ce cas un joueur nœst pas capable de contrôler toutes les variables du jeux
- Ce qui rend la prise de décision plus complexe

13

## Typologie des jeux

- **Jeux coopératifs / non coopératifs**
- **Jeux avec décisions simultanées / séquentielles**
- **Jeux statiques/répétés**
- **Jeux à information parfaite/imparfaite**

14

## Utilités et préférences

- Supposons que nous avons 2 agents soient *Ag = {i,j}*
- Ces agents ont leurs propres intérêts et ils ont des préférences sur comment est lœnvironnement qui les entoure,
- Supposons que $\Omega$ = {*w1,w2,* é } est lœnsemble des conséquences (= issues) sur lesquels lœagent a des préférences

15

## Utilités et préférences (suite)

- On peut alors capturer les préférences via les fonctions d'utilité:

$$u_i : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$$
$$u_j : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$$

- Les fonctions d'utilités qu'on vient d'introduire mènent aux préférences sur les conséquences

$$\omega \succeq_i \omega' \text{ i.e., } u_i(\omega) \geqslant u_i(\omega')$$
$$\omega \succ_i \omega' \text{ i.e., } u_i(\omega) > u_i(\omega')$$

16

## Action sur lœnvironnement

Å Il nous faut un modèle de lœnvironnement dans lequel agissent les agents.

Å Les Agents choisissent une action à exécuter Ÿ il en résulte une issue dans Ω

Å Lôssue actuelle (de lônteraction) dépend de la combinaison des actions

17

## Exemple

Å Supposons que chaque agent a juste 2 actions quîl peut exécuter *C*(coopérer) et *D*(ne pas coopérer ou faire défaut)

Å Le comportement de lœnvironnement peut sœxprimer par la fonction transformation dœtats *τ: Action x Action* Ÿ Ω

Å Ex1 : $\tau(D,D) = \omega 1$, $\tau(D,C) = \omega 2$ , $\tau(C,D) = \omega 3$ , $\tau(C,C) = \omega 4$ .
Å Un tel environnement est sensible aux actions des 2 agents.

Å Ex2 : $\tau(D,D) = \omega 1$ , $\tau(D,C) = \omega 1$ , $\tau(C,D) = \omega 1$ , $\tau(C,C) = \omega 1$ .
Å Aucun des 2 agents nœa dônfluence sur cet environnement.

Å Ex3 : $\tau(D,D) = \omega 1$ , $\tau(D,C) = \omega 2$ , $\tau(C,D) = \omega 1$ , $\tau(C,C) = \omega 2$ .
Å Lœnvironnement est contrôlé ici par *j*.

18

## Action rationnelle

- Supposons qu'on est dans le cas où l'environnement est influencé par les 2 agents et que leur utilité est comme suit :

  ui(w1)=1 ui(w2)=1 ui(w3)=4 ui(w4)=4
  uj(w1)=1 uj(w2)=4 uj(w3)=1 uj(w4)= 4

- En remplaçant $\omega 1$ = *(D,D),* $\omega 2$ = (D,C)etc. on a:

$$u_i(D,D)=1 \quad u_i(D,C)=1 \quad u_i(C,D)=4 \quad u_i(C,C)=4$$

$$u_j(D,D)=1 \quad u_j(D,C)=4 \quad u_j(C,D)=1 \quad u_j(C,C)=4$$

- Dans ce cas, les préférences de l'agent *i* sont:

$$\{C,C \succeq_i C,D\} \succ_i \{D,C \succeq_i D,D\}$$

- « *C* » est donc le choix rationnel de *i*.

19

## Modélisation d'un jeux

20

## Introduction

- Afin de modéliser une situation d'interaction décisionnelle (jeu) 4 éléments doivent être précisés:
  - L'ensemble des joueurs,
  - Les actions possibles pour chaque joueur,
  - Les règles du jeu spécifiant l'ordre dans lequel les joueurs jouent et quand le jeu se termine,
  - Le résultat du jeu pour chaque fin possible et son implication en termes de fonction de paiement (via les préférences des joueurs)

21

## Jeux sous forme stratégique (normale)

- Un jeu sous forme stratégique est un modèle mettant en œuvre des joueurs en interaction,
- Cette modélisation est utile pour décrire des situations dans lesquelles les joueurs jouent en même temps
- Plusieurs situations peuvent être modélisées en forme normale. Par exemple:
  - les joueurs peuvent être des firmes
  - les actions les prix
  - et les préfèrences peuvent l'impact sur les gains des firmes ,

22

## Le dilemme du prisonnier

- Le jeux le plus connu en forme stratégique est le dilemme du prisonnier;
- Deux suspects (Suspect1 et Suspect2) sont interrogés séparément par un juge pour un délit grave. Le juge ne dispose pas d'éléments de preuve suffisants pour les condamner et l'aveu d'au moins un est indispensable. Dès lors, il propose à chaque accusé la liberté s'il avoue. Par contre s'il n'avoue pas et que l'autre le fait , il subit d'une peine de 15 ans.
- Si les 2 avouent il peuvent espérer bénéficier de circonstances atténuantes et recevoir une peine de 8 ans. Enfin si aucun des 2 n'avoue, ils seront condamnés pour des délits mineurs à 1 an de prison chacun. Dans ce cas, la matrice des gains des deux joueurs a la forme suivante.

23

## Le dilemme du prisonnier

- Ce jeu peut être représenté comme un jeu stratégique où :
- les joueurs sont les deux suspects
- qui ont chacun le choix entre deux actions : {Se taire, Dénoncer}
- on suppose que les préférences des joueurs sont uniquement déterminées par les années qu'ils passeront en prison. Ainsi :
- u1(Dénoncer, Se taire) > u1(Se taire, Se taire) > u1(Dénoncer, Dénoncer)>u1(Se taire, Dénoncer), et
- u2(Se taire, Dénoncer)>u2(Se taire, Se taire)>u2(Dénoncer, Dénoncer)>u2(Dénoncer, Se taire)

24

## Le dilemme du prisonnier représentation matricielle

| | | Suspect2 Avoue | Suspect2 N'avoue pas |
|---|---|---|---|
| Suspect1 | Avoue | $-8,-8$ | $0,-15$ |
| | N'avoue pas | $-15,0$ | $-1,-1$ |

25

## Dilemme du prisonnier intérêt

- Le dilemme du prisonnier modélise des situations dans lesquelles il y a un gain à la coopération (les deux joueurs préfèrent une situation dans laquelle ils se taisent tous les deux, à une situation où ils dénoncent tous les deux).
- Ce jeu est intéressant pas parce qu'on est intéressé à comprendre les intérêts des prisonniers à avouer mais parce que de nombreuses autres situations ont la même structure,
-

26

## Dilemme du prisonnier situations équivalentes

- en économie : les questions de politique tarifaire : le concurrent qui baisse son prix gagne des parts de marché et peut ainsi augmenter ses ventes et accroître éventuellement son bénéfice... mais si son concurrent principal en fait autant, les deux peuvent y perdre.
- en politique internationale. Deux pays peuvent choisir de maintenir ou non une armée. Si tous deux ont une armée (de force à peu près équivalente), la guerre est moins "tentante", car très coûteuse (situation de guerre froide). Les dépenses militaires sont alors une perte nette pour les deux pays. Si un seul a une armée, il peut évidemment conquérir l'autre, ce qui est pire. Enfin, si aucun n'a d'armée, la paix règne et les pays n'ont pas de dépenses militaires

27

## Exemple1: Travailler sur un projet commun

- Vous travaillez avec un ami sur un projet commun. Chacun de vous peut travailler dur ou ne rien faire (goof off). Si votre ami travaille dur, alors vous préférez rien faire (le résultat du projet serait mieux si vous travailliez dur aussi, mais l'augmentation de sa valeur pour vous ne vaut pas l'effort supplémentaire).
- Vous préférez le résultat de votre travail (les 2 travaillent dur) que l'issue de vos deux abandons (ne rien faire) (dans ce cas, rien n'est accompli),
- et le pire résultat pour vous est que vous travaillez dur et votre ami ne fait rien (vous détestez être "exploité").
- Si votre ami a les mêmes préférences alors le jeu, qui modélise la situation à laquelle vous faites est un dilemme du prisonnier.

28

## Exemple1: Travailler sur un projet commun

- La matrice de gain

| | Work hard | Goof off |
|---|---|---|
| Work hard | 2, 2 | 0, 3 |
| Goof off | 3, 0 | 1, 1 |

- Si on change d'hypothèse: préférer travailler dur que de ne rien faire lorsque l'autre personne travaille dur, dans ce cas le dilemme du prisonnier ne tient plus

29

## Duopole

- deux entreprises produisent le même bien, pour lequel chacune d'elle doit choisir entre un prix bas ou un prix élevé.
- Chaque entreprise veut atteindre le profit le plus élevé possible. Si les deux firmes choisissent High, chacune d'elles gagne un bénéfice de 1000 $.
- Si une entreprise choisit High et que l'autre choisit Low, l'entreprise ayant choisit High n'obtient aucun client et fait une perte de 200 $ alors que l'entreprise qui a choisit Faible gagne un bénéfice de 1200 $ (son bénéfice unitaire est faible, mais son volume est élevé).
- Si les deux entreprises choisissent Low ,chacune d'elle gagne un bénéfice de 600 $.
- Chaque entreprise ne se soucie que de son bénéfice,

30

## Matrice de gain

| | High | Low |
|---|---|---|
| High | 1000, 1000 | −200, 1200 |
| Low | 1200, −200 | 600, 600 |

31

## Synthèse DP

- Dans le DP où est la coopération?
- Premier exemple:
  - (Ne pas avouer, Ne pas avouer) gain (-1,-1)
- Deuxième exemple:
  - (work hard, work hard) gain (2,2)
- Troisième exemple:
  - (high, high) gain (1200,1200)
- C'est la coopération qui rapporte le plus de gain.

32

## Bach ou Stravinsky

- Dans le dilemme du prisonnier le principal objectif est de savoir si les joueurs vont coopérer (choisir la coopération: ne pas avouer),
- Un autre type de jeu est que les joueurs sont d'accord qu'il faut coopérer, mais ne sont pas d'accord *sur le meilleur choix*

33

## Exemple

- Deux personnes veulent sortir pour assister à un concert . Deux concerts sont disponibles: celui de Bach et celui de Stravinsky
- Une personne préfère Bach et lôautre Stravinsky,
- Sôils vont à différents concerts, ils seront insatisfaits tous les deux. (voulant être ensemble)

| | *Bach* | *Stravinsky* |
|---|---|---|
| *Bach* | 2, 1 | 0, 0 |
| *Stravinsky* | 0, 0 | 1, 2 |

- Ce jeux peut modéliser plusieurs situations réelles exemple:
- Deux firmes émergentes veulent utiliser des technologies différentes à cause de leur expériences passées, mais comme elles appartiennent à une même grandes firmes, elles doivent choisir la même technologieé .

34

## Jeux conflictuels

- Un autre modèle de jeu purement conflictuel est illustré par cet exemple:

**jeu dôappariement (*matching pennies*)**

- Charles et Louise doivent placer simultanément une pièce dôun penny sur la table, sur pile ou sur face. Si les deux pièces sont sur le même côté, Louise les prend, si elles ont sur des côtés différents, Charles les prend.

- Jeu en forme normale
- Ce type de jeu est dit jeux à somme nulle

| | | Charles | |
|---|---|---|---|
| | | Pile | Face |
| Louise | Pile | 1 ; -1 | -1 ; 1 |
| | Face | -1 ; 1 | 1 ; -1 |

35

## Jeu conflictuel

- Dans ce jeu, les intérêts des joueurs sont diamétralement opposés,
- Ce jeu est strictement compétitive: le joueur 1 veut prendre la même action que lôautre joueur, et le joueur 2 veut prendre lôaction opposée.

36

## Exemple

Å Deux entreprises doivent choisir la caractéristique dôun nouveau produit.

Å Une entreprise est présente sur le marché depuis longtemps, alors que lôautre vient dôentrer sur le marché.

Å Lôentreprise la plus ancienne préfère que le produit du nouveau concurrent ait une caractéristique différente de celle de son produit,

Å alors que le nouveau concurrent préfère que la caractéristique soit la même.

Å Le jeu à somme nulle modélise une relation entre deux personnes dans laquelle lôune veut être comme lôautre, et lôautre ne veut pas.

37

## Application

Å Exprimer sous forme stratégique lôexemple précedent.

38

## Jeu sous forme extensive

Å La modélisation sous forme extensive est un autre moyen de représenter un jeu.

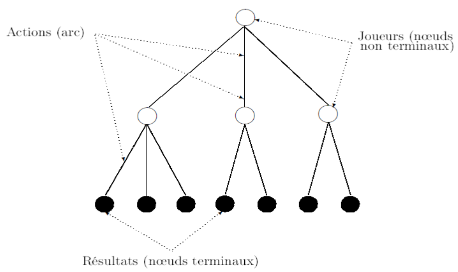
Å Il s'agit d'un modèle où les joueurs choisissent séquentiellement leurs actions, jusqu'au moment où le jeu est déclaré fini.

39

# Représentation graphique

- Tout jeu sous forme extensive peut être représenté par un arbre (graphe connexe sans cycle)
- Où à chaque noeud terminal correspond un résultat du jeu
- à chaque noeud non terminal est associé un joueur : arrivé à ce point du jeu, c'est à son tour de jouer.
- chaque arc représente chacune des actions que ce joueur peut prendre à ce point du jeu

40

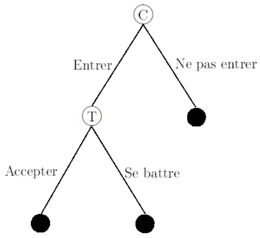



41

# Exemple

- Un joueur en position de monopole, le "titulaire", est confronté à la possible entrée d'un challenger (le challenger peut, par exemple, être:
  - une firme désirant entrer sur un marché régit par un monopole ;
  - un homme politique désirant prendre le contrôle d'un parti ;
- Le challenger peut entrer ou non. S'il entre, le "titulaire" peut accepter ou se battre.
- Les résultats possibles du jeux sont ainsi (Entrer, Accepter), (Entrer, Se battre) ou (Ne pas entrer).
- Les règles du jeux spécifient par ailleurs que le challenger joue le premier et que le titulaire ne joue que si le challenger a joué "Entrer".

42




43

# Jeux en information parfaite

Å Un jeu sous forme extensive, en information parfaite, est défini par

ï l'ensemble des joueurs $i \in \{1,2,..., N\}$

ï l'arbre du jeu : constitué d'un ensemble fini de nî uds $T \in \{t_1, t_2 ..., t_k\}$ muni d'une relation de "succession" :

Å le noeud initial (début du jeu) n'est le successeur d'aucun autre noeud

Å chaque noeud (non initial) est le successeur d'un seul noeud

Å les noeuds terminaux n'ont pas de successeurs

(on note s(t), l'ensemble des successeurs d'un noeud t)

Å à chaque noeud t (non terminal) est associé un joueur i(t). A ce point du jeu c'est à i(t) de jouer

Å à chaque noeud t est associé un ensemble d'actions A(t), à chaque action correspond un noeud successeur unique dans s(t)

Å à chaque noeud terminal z est associé un vecteur de paiements.

Å u(i, z) est le gain du joueur i si le jeu se termine au noeud z

44

# Exemple

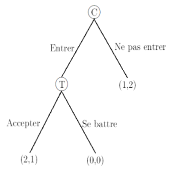
Å joueurs: titulaire et le challenger

Å Les histoires terminales:

(Entrer, Accepter);

(Entrer, Se battre);

(Ne pas Entrer).




Å La fonction joueur:

ï P(ϕ)= Challenger et P(Entrer)= Titulaire

Å Préférences:

ï Challenger fonction d'utilité (paiement) : u1(Entrer, Accepter)=2, u1 (Entrer, Se battre)=0 et u1(Ne pas Entrer)=1

ï Titulaire: u2(Ne pas Entrer)=2, u2 (Entrer, Accepter)=1, u2((Entrer, Se battre)=0

45

# Jeu en information imparfaite

- Le concept dõensemble dõinformation permet de formaliser lõinformation imparfaite.
- Formellement, un ensemble dõinformation est un sous-ensemble des noeuds de décision dõun joueur.
- Les ensembles dõinformation dõun joueur forment une partition des noeuds gérés par ce joueur.
- Lõinterprétation est quõun joueur ne peut distinguer les noeuds dõun même ensemble dõinformation.
- Les actions perçues par le joueur en chaque noeud dõun même ensemble dõinformation sont donc identiques.
- Définition : un jeu est à information parfaite si chaque ensemble dõinformation est un singleton. Sinon, le jeu est à information imparfaite.

46

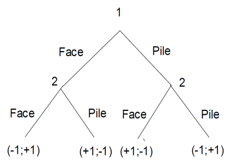
# Exemples

- Avec information parfaite
  - Joueurs : Deux joueurs notés 1 et 2
  - Règles du jeu : font leurs choix séquentiellement, Le joueur 1 choisit en premier. Le joueur 2 observe le choix du joueur 1 et joue en second.
- Avec information imparfaite:
  - Le joueur 2 ne peut pas observer le choix du joueur 1.

47

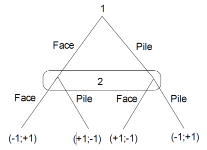
# Exemples (suite)

- Information parfaite:




- Ensemble dõinformation pour le joueur 2 est {Face} {pile}

- Information imparfaite



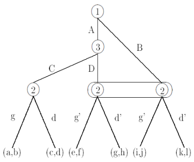

- Ensemble dõinformation pour le joueur 2 {Face,Pile}

48

## Règle générale

Å le concept d'information imparfaite n'est pas applicable à des jeux dans lesquels le joueur peut discerner dans quelle situation il se trouve en fonction du joueur qui a joué avant lui

Å Le graphe ci-dessus n'est pas cohérent : le joueur 2 peut savoir s'il est en D ou B en fonction de l'identité du joueur qui a joué avant lui.




49

## Exercice

Å Soit un jeu à deux joueurs, dans lequel chaque joueurs a deux actions possibles : aller à droite ou aller à gauche.. Chaque joueur préfère être à droite si l'autre y est aussi, sinon il préfère être à gauche.

Å Le joueur 1 joue en premier

50

## Introduction au joueur « Nature »

Å Le modèle de jeu sous forme extensive avec information parfaite ne permet pas de rendre compte d'événements aléatoires pouvant intervenir durant le jeu.

Å Cependant, il peut être aisément étendu pour couvrir de telles situations. La définition d'un jeu sous forme extensive avec joueur "Nature" est une variante de la définition précédente dans laquelle :

- ï la fonction joueur assigne la "Nature" à certaine sous-séquences (on ajoute un nouveau joueur)
- ï les probabilités de chacune des actions de la "Nature" sont spécifiées
- ï les préférences des joueurs sont définies sur l'ensemble des loteries d'histoires terminales (et non plus sur les histoires terminales elles-mêmes)

Å Pour que l'analyse reste simple, on supposera que les événements aléatoires après une certaine histoire (sous-séquence) sont indépendants des événements aléatoires après les autres sous-séquences.

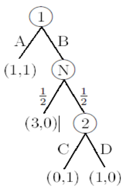
51

# Exemple

- Considérons un jeu à deux joueurs dans lequel le joueur 1 doit d'abord choisir entre les actions A et B.
- S'il choisit A le jeu s'arrête avec des paiements (1,1).
- S'il choisit B :
  - avec probabilité 1/2 le jeu s'arrête et les paiements sont (3,0), et
  - avec probabilité 1/2 le joueur 2 peut choisir entre les actions:
    - C qui donne un paiement (0,1) et
    - D qui donne un paiement (1,0).

52

- Jeux sous forme extensive




- N représente le joueur Nature et les nombres sur les arcs sont les probabilités

53

# jeux sous forme extensive avec information imparfaite + hasard

- Un jeu sous forme extensive, en information imparfaite (avec hasard), est défini par:
  - un ensemble de joueurs,
  - un ensemble de séquences (histoires terminales) tel qu'aucune séquence n'est sous séquence d'une autre séquence,
  - une fonction (la fonction joueur) qui assigne un joueur ou la "nature" à chaque sous-séquence d'une histoire terminale,
  - une fonction qui assigne pour chaque sous-séquence à laquelle le joueur « nature » est associé (par la fonction joueur) une distribution de probabilités sur les actions disponibles après cette histoire (les différentes distributions étant indépendantes les unes des autres)
  - pour chaque joueur, une partition (la partition de l'information) de l'ensemble des histoires qui lui sont assignées par la fonction joueur.
  - pour chaque joueur, des préférences sur les loteries d'histoires terminales

54

## Exercice

Å Soient 2 joueurs:

Å Chacun des deux joueurs commence par mettre un euro dans le pot. On donne au joueur 1 une carte qui peut être Haute avec probabilité q ou Basse avec probabilité(1-q). Il observe la carte mais le joueur 2 ne l'observe pas. Il peut "laisser" ou "monter".

Å Sôil "laisse", le joueur 2 prend le pot et le jeu s'arrête. Si le joueur 1 "monte", il rajoute 1euro dans le pot et le joueur 2 a le choix entre "passer" et "suivre".

Å Si il passe, le joueur 1 prend le pot. Si le joueur 2 "suit", il ajoute 1euro dans le pot et le joueur 1 montre la carte.

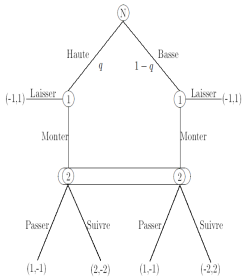
Å Si elle est Haute, le joueur 1 prend le pot, sinon le joueur 2 le prend.

55

## Exemple suite

Å Le joueur 1 a deux ensembles d'information, un contenant l'histoire unique Haute et l'autre contenant l'histoire unique Bas.

Å Le joueur 2 a un ensemble d'information qui consiste en deux histoires : {Haute, Monter} et {Bas, Monter}. Cet ensemble d'information reflète le fait que le joueur 2 ne peut pas observer le carte du joueur




56

## De la forme extensive à la forme stratégique

Å En dôautres terme : comment représenter la séquentialité dôun jeu en utilisant une représentation sous forme stratégique?

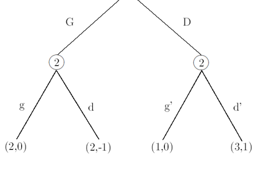
Å Soit le jeu suivant:

Å Pour représenter ce jeu sous forme stratégique il faut:

- ï prendre en compte le fait que le joueur 2 observe ce que 1 a joué
- ï Lôaction du joueur 2 pourra différer selon ce que le joueur 1 a joué;
- ï On doit donc spécifier une stratégie pour le joueur 2 qui indique ce quôil fera dans toutes les configurations possibles.

Å Ainsi dans lôexemple:

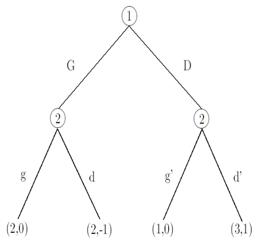
- ï Si le joueur **1** joue **G**, **2** joue **g** et si le joueur 1 joue **D**, **2** jouerai **gô(-> ggô)**
- ï **gdô si 1 joue G, 2 joue g si 1 joue D, 2 jouerai dô…de même dgôet ddô**




57

## suite

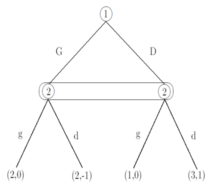
| | | Joueur 2 | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | G D<br>g g' | G D<br>g d' | G D<br>d g' | G D<br>d d' |
| Joueur 1 | G | (2, 0) | (2, 0) | (2,-1) | (2,-1) |
| | D | (1, 0) | (3, 1) | (1,0) | (3,1) |






## Jeu information incomplète

- Si on suppose dans le jeu précédent que le joueur 2 ne peut pas observer (ou distinguer) ce qu'a joué le joueur 1 ,
- tout se passe comme si le jeu était simultané. Sous forme extensive,on a :

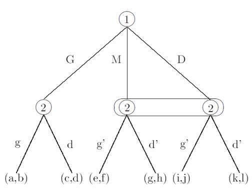



| | | Joueur 2 | |
|---|---|---|---|
| | | g | d |
| Joueur 1 | G | (2,0) | (2,-1) |
| | D | (1,0) | (3,1) |



## suite

- Par contre, si le joueur 2 est capable de distinguer entre certaines actions du joueur 1 mais pas entre d'autres, l'écriture de la stratégie devient plus complexe.
- Le jeu sous forme extensive :




| | | Joueur 2 | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | G (MD)<br>g g' | G (MD)<br>g d' | G (MD)<br>d g' | G (MD)<br>d d' |
| Joueur 1 | G | (a, b) | (a, b) | (c,d) | (c,d) |
| | M | (e, f) | (g, h) | (e, f) | (g, h) |
| | D | (i, j) | (k, l) | (i, j) | (k, l) |