

Série 1: modélisation d'un jeu

Exercice1 :

Deux passagers entre dans un bus dans lequel deux adjacentes places sont libres. Chaque passager doit décider s'il s'assoit ou s'il reste debout. S'asseoir tout seul est plus confortable que s'asseoir à côté d'une autre personne, qui est plus confortable que de rester debout.

1. On suppose que chaque passager prend uniquement soin de son propre confort (égoïsme). Modélisez alors la situation comme étant un jeu stratégique. Ce jeu est-il un dilemme du prisonnier ?
2. On suppose maintenant que chaque passager est altruiste ; ranger alors les gains par ordre de préférences en tenant compte du confort de l'autre (en supposant qu'un agent préfère rester debout si l'autre reste debout). Modéliser alors la situation comme étant un jeu stratégique. Ce jeu est-il un dilemme du prisonnier ?
3. Comparer alors les confort des deux passagers dans les équilibres des deux jeux.

Deux passagers entre dans un bus dans lequel deux adjacentes places sont libres. Chaque passager doit décider s'il s'assoit ou s'il reste debout. S'asseoir tout seul est plus confortable que s'asseoir à côté d'une autre personne, qui est plus confortable que de rester debout.

1. On suppose que chaque passager prend uniquement soin de son propre confort (égoïsme). Modélisez alors la situation comme étant un jeu stratégique. Ce jeu est-il un dilemme du prisonnier ? trouver son équilibre (ou ses équilibres) de Nash.

Soient S et D les stratégies respectives "assis" et "debout" de nos deux agents. Dès lors pour l'agent ligne Passager1 :

$$(A, D) \succ (A, A) \succ (D, D) \succ (D, A)$$

		Passager2	
		A	D
Passager1	A	3, 3	4, 1
	D	1, 4	2, 2

Gains de nos deux passagers

Le jeu présente un équilibre de Nash Pareto optimal qui est (A, A) . Un tel jeu ne répond pas à l'ordre de préférences du dilemme du prisonnier.

2. On suppose maintenant que chaque passager est altruiste ; ranger alors les gains par ordre de préférences en tenant compte du confort de l'autre (en supposant qu'un agent préfère rester debout si l'autre reste debout). Modélisez alors la situation comme étant un jeu stratégique. Ce jeu est-il un dilemme du prisonnier ? trouver son équilibre (ou ses équilibres) de Nash.

Dans ce cas ci, on a pour l'agent ligne Passager1 :

$$(D, A) \succ (A, A) \succ (D, D) \succ (A, D)$$

		Passager2	
		A	D
Passager1	A	3, 3	1, 4
	D	4, 1	2, 2

Gains de nos deux passagers

Exercice 2:

On considère une entreprise, notée NV (pour nouveau venu) qui envisage de produire un bien dont l'offre est le fait d'une autre entreprise, M (pour monopole). Pour NV, le choix est simple : soit il entre, soit il n'entre pas, M ayant à décider s'il cède par exemple en limitant sa production afin d'éviter un effondrement des prix dans le cas où NV entre, ou s'il ne cède pas. Il y a donc 3 issues possibles : soit NV n'entre pas et M fait le maximum de bénéfice, soit NV entre et M cède de sorte qu'il y a un partage de ventes (et des bénéfices) entre les deux entreprises, soit NV entre et M ne cède pas, et toutes deux produisent à perte. on vous demande alors de présenter les interactions entre ces deux joueurs sous forme de matrice de gains où à chaque issue est associé un vecteur de gain $(Gain_{NV}, Gain_M)$.

(a) Expliquez la manière dont vous générez les différents gains numériques ;

(b) Dites s'il y a des équilibres de Nash et expliquez (formellement) pourquoi ce sont des équilibres. Dans le cas d'une multiplicité des équilibres, discutez.

Les 3 issues possibles peuvent se présenter sous la forme suivante :

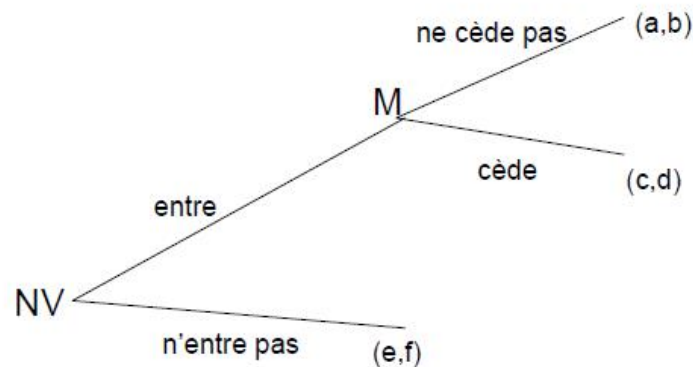


FIG. 4 – Jeu entre NV et M.

Dans un tel arbre les variables du type (a, b) représentent les gains $(Gain_{NV}, Gain_M)$. dans ces conditions et comme l'énoncé l'indique les contraintes seraient alors : $f > c > e > b > a$. une instantiation d'un tel jeu serait alors

		M	
		ne cède pas	cède
NV	entre	-3, -2	4, 4
	ne rentre pas	0, 10	0, 10

Le jeu Monopole vs Nouveau Venu.

La matrice précédente présente un équilibre de Nash clair : NV entre, et M cède représenté par les gains $(4,4)$. Pour M, la stratégie cède domine celle qui consiste à ne pas céder, connaissant cela, NV va entrer. La stratégie conjointe ne rentre pas, ne cède pas est aussi un équilibre de Nash avec gains $(0,10)$. C'est toutefois, un équilibre "faible" dans le sens où il est indifférent à M de céder ou ne pas céder si NV n'entre pas.