Commande par mode glissant

Introduction

La technique des modes glissant consiste à amener la trajectoire d'état d'un système vers la ***surface de glissement*** et de la faire commuter à l'aide d'une logique de commutation appropriée autour de celle-ci jusqu'au point d'équilibre, d'où le phénomène de glissement.
Parmi les propriétés des modes glissant:

- La trajectoire de l'état du système en mode de glissement appartient à une variété (surface) de dimension inferieure à celle de l'espace d'état. Par conséquent l'ordre des équations différentielles régissant le fonctionnement du système en mode de glissement est réduit.
- La dynamique du système en mode de glissement est déterminée uniquement par le choix des coefficients de la surface de glissement.
- Sous certaines conditions similaires aux systèmes dont la commande est à fort gain, la technique des modes glissants est robuste par rapport aux variations de certains paramètres.
- La théorie des modes glissants s'adapte bien pour les systèmes dont la commande est discontinue. Ce qui est le cas pour les convertisseurs électriques qui sont bâtis autour d'interrupteur qui ne fonctionnent qu'en mode discontinue (tout ou rient).

L'intérêt récent accordé à cette technique de commande est dû essentiellement à la disponibilité d'une part d'interrupteurs de plus en plus performants grâce au développement de la microélectronique et d'autre part de microprocesseur de technologie avancée, grâce au développement de la micro-informatique pour la commande en temps réel des systèmes dynamiques. Pour un aperçu général des différentes applications de cette technique de commande et des résultats théoriques se référer à l'article de Utkin .

.

Configuration de base pour les systèmes à structure variable

Dans les systèmes de commande à structure variable, on peut distinguer deux configurations de base différentes. La première configuration change de structure par commutation d'une contre-réaction d'état variable (Fig.1), tandis que la deuxième configuration change la structure par commutation au niveau de l'organe de commande.

· La Figure 1 définie une configuration permettant un changement de la structure par commutation entre deux retour d'état.
Suivant que $s(x_s)$ est positive ou négative, la commande u est donnée par :

$$\begin{cases} u = s(x_s) = -k_1^T x_s & si \quad s(x_s) > 0 \\ u = s(x_s) = -k_2^T x_s & si \quad s(x_s) < 0 \end{cases}$$

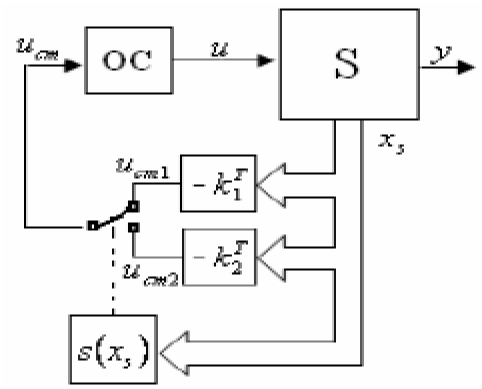

Fig. 1 : Configuration par changement par retour d'état.

En mode glissant, le système évolue sur la surface de glissement, par conséquent $s\,(s_x) = 0$.

La Figure 2 présente une autre configuration permettant la variation de la structure du système par simple commutation d'interrupteur. Ce qui est le cas pour les convertisseurs électriques.

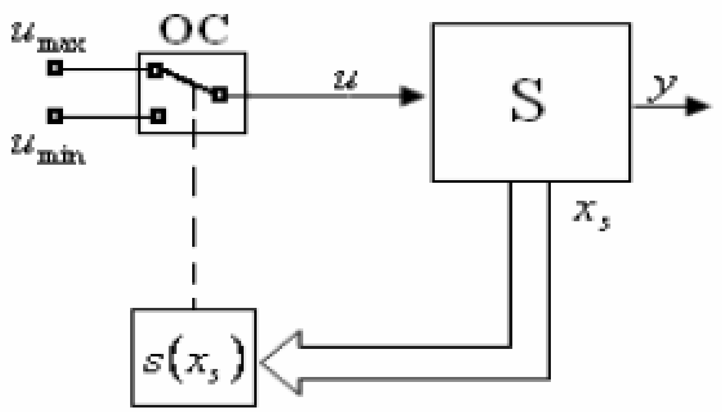

Fig. 2 : Configuration en changeant la structure par commutation d'interrupteur.

Seule l'information sur le signe de la fonction s (s_x) suffit pour décider de l'ouverture ou de la fermeture de l'interrupteur pilotant le convertisseur. Dans ce cas de configuration, la logique de commutation est donnée par :

$$\begin{cases} u_{\max} & si \quad s(x_s) > 0 \\ u_{\min} & si \quad s(x_s) < 0 \end{cases}$$

Lorsque le régime glissant est atteint, les variables d'état sont reliées entre elles par la relation s (s_x) = 0. La trajectoire de l'état du système :

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = f(x) + g(x)u$$

Soumis à la logique de commutation est définie partout sauf sur la surface de discontinuité (S).
Plusieurs définitions ont été proposées pour décrire la solution lorsque le régime glissant existe localement sur (S).

Méthode d'Utkin: commande équivalente

Pour un système décrit par l'équation d'état suivant :

$$\dot{x} = f(x,t) + g(x,t)u$$

En régime de glissement $s(x,t) = 0$

Et $\dfrac{ds(x,t)}{dt} = (\dfrac{\partial s}{\partial x})T\dfrac{dx}{dt} + \dfrac{\partial s}{\partial t} = (\dfrac{\partial s}{\partial x})T[f(x,t) + g(x,t)u_{eq}] + \dfrac{\partial s}{\partial t} = 0$

Avec u_{eq} la commande équivalente

$$u_{eq}(x,t) = -[(\frac{\partial s}{\partial x})T\,g(x,t)]^{-1}\left\{(\frac{\partial s}{\partial x})T\,f(x,t) + \frac{\partial s}{\partial t}\right\}$$

Avec la condition $\quad [(\dfrac{\partial s}{\partial x})T\,g(x,t)] \neq 0$

En remplacent l'expression de u (x,t) on obtient la trajectoire d'état en mode glissant:

$$\dot{x} = \left\{ 1 - g(x,t)[(\frac{\partial s}{\partial x})T\, g(x,t)]^{-1} \frac{\partial s}{\partial x} T \right\} f(x,t) - g(x,t) \left\{ [(\frac{\partial s}{\partial x})T\, g(x,t)]^{-1} \right\} \frac{\partial s}{\partial t}$$

La commande équivalente est interprétée physiquement comme étant une fonction continue représentant la moyenne des commutations successives de u entre *u*max *et u*min (Figure 4.4)

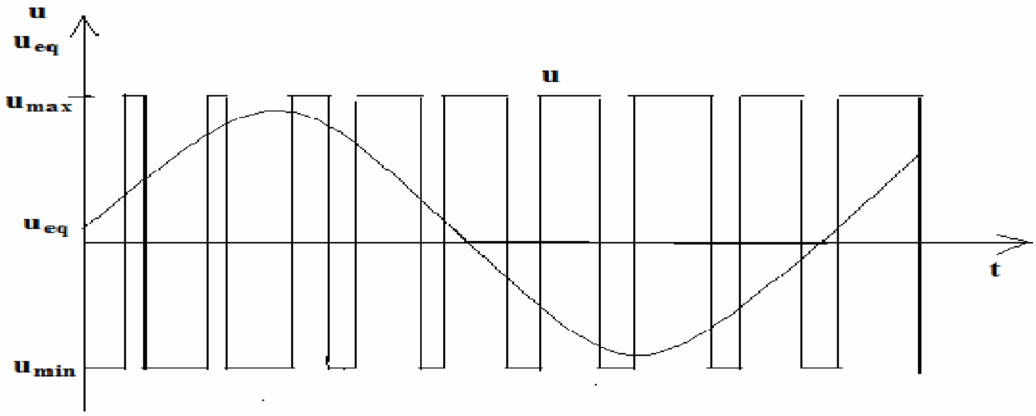

Fig. 2 : Commande équivalente et commande réelle.

Principe de commande par mode de glissement

Soit le système dynamique non linéaire analytique:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = f(x) + g(x)u$$

Soit (s) une fonction continue $u : x \Rightarrow R$, dont le gradient est non nul sur X , l'ensemble

$$S = \{ x \in R^n : s(x) = 0 \}$$

Définit une sous variété (surface) régulière de dimension (n-1) dans X, connue aussi comme variété de glissement ou surface de glissement.

La loi de commande par structure variable est obtenue en imposant à la fonction commande un des deux retours d'état dépendant du signe de s(x) :

$$u = \begin{cases} u^+(x) & si \quad s(x) < 0 \\ u^-(x) & si \quad s(x) < 0 \end{cases}$$

Avec u (x) et u (x) + - représente les bonnes extrémales de la fonction commande u, sont supposées être des fonctions continues en x, avec u (x) u (x) + > - localement dans X. soit L s h la dérivée directionnelle de la fonction scalaire s suivant le champ de vecteur h.

Supposons que comme résultat de cette politique de commande , la trajectoire d'état atteint la surface de commutation et est contrainte à se mouvoir au voisinage de S. On dit que le régime glissant existe sur S chaque fois que :

$$\lim_{s \to 0^+} \quad L_{f+gu^+} s < 0 \qquad \lim_{s \to 0^{--}} \quad L_{f+gu^-} s > 0$$

soit ds , le gradient de s(x) et <.,.> le produit scalaire de deux vecteur ou covecteurs.

La condition (4.18) peut s'écrit aussi

$$\lim_{s \to 0^+} < ds, f + gu^+ > \;\; < 0 \;\; \lim_{s \to 0^-} < ds, f + gu^- > \;\; > 0$$

L'interprétation de ces inégalités sur S est que les projections des champs de vecteurs $f + gu+ f + gu+$ sur le vecteur gradient à S sont de signes contraires, par conséquent les champs commandés se dirigent vers la surface de commutation s.