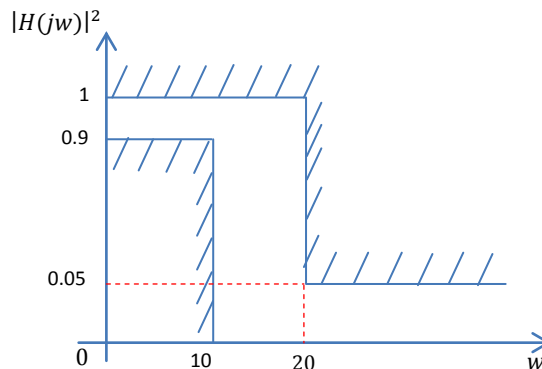


Synthèse de Filtres Prototypes

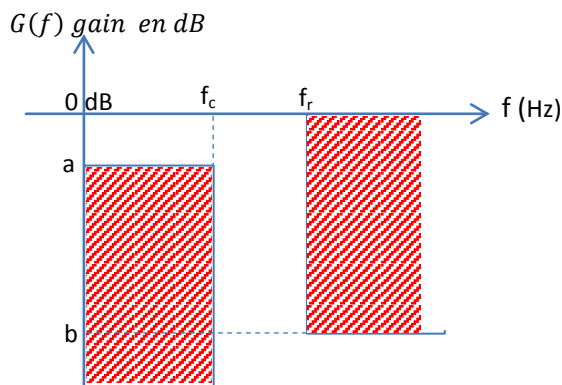
Exercice 3.1 Réaliser un filtre passe-bas de Butterworth vérifiant les caractéristiques (gabarit du filtre) de gain en puissance ci-dessous :



Exercice 3.2 Soit un filtre passe-bas de Butterworth défini par la fonction de transfert au carré suivante :

$$|H(f)|^2 = \frac{1}{1 + (2\pi f_N)^{2n}} \text{ où } f_N = \frac{f}{f_c} \text{ est la fréquence normalisée}$$

Déterminer l'ordre du filtre qui réalise le gabarit suivant :



Exercice 4.3 Soit le signal $x(t) = \cos(2\pi f_1 t) + \sin(2\pi f_2 t) + \cos(2\pi f_3 t)$.

- Donner l'allure du spectre d'amplitude de $x(t)$.
- On souhaite éliminer les 2 raies hautes fréquences f_2 et f_3 de ce signal. Pour cela, on envisage d'utiliser un filtre de Butterworth. Le cahier des charges est le suivant :
 - Atténuation de -3 dB à la fréquence de coupure f_c .
 - Largeur de la bande de transition : $B_T = |f_r - f_c| = 3 f_c$.
 - Atténuation de -30 dB minimum en bande coupée (ou de rejet).

Tracer le gabarit normalisé qui correspond à ce cahier des charges.

- c. Sachant que les filtres passe-bas de Butterworth d'ordre n sont caractérisés par la fonction de transfert du module au carré suivante :

$$|H(w)|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{w}{w_c}\right)^{2n}}$$

Trouver le plus petit ordre n tel que le gain du filtre de Butterworth correspondant s'inscrive dans le gabarit de la question b.

- d. Déterminer la fréquence de coupure f_c du filtre de sorte que la fréquence f_2 de la deuxième raie du spectre de $x(t)$ que l'on désire éliminer soit égale à la fréquence de rejet f_r , (c.-à-d. délimite en basse fréquence le bord de la bande de coupure).
- e. En utilisant la table des polynômes de Butterworth, calculer la fonction de transfert $H(p)$ du filtre dans le cas où on a : $f_1 = 2 \text{ Hz}$, $f_2 = 30 \text{ Hz}$ et $f_3 = 40 \text{ Hz}$.

Exercice 4.4 Pour les spécifications suivantes d'un filtre passe-bas :

$f_p = 1 \text{ MHz}$ et ondulations de la bande passante = 1 dB

$f_r = 4 \text{ MHz}$ → atténuation minimale de la bande coupée = 60 dB

- Trouver l'ordre n du filtre de Butterworth répondant à ces spécifications
- Répéter la question a. mais en considérant un filtre de Tchebyshev , trouver l'ordre n .

Exercice 4.5 On considère les spécifications de 2 filtres suivantes:

Caractéristiques du filtre	Filtre A	Filtre B
Bande passante	0-10 KHz	0-10 KHz
Gain minimum (puissance) en w_c	0.5	0.5
Début de la bande coupée	15 kHz	11.75 kHz
Gain maximum de puissance en w_r	0.1	0.1

- Quel est l'ordre du filtre A si on utilise un filtre de Butterworth ?
- Quel est l'ordre du filtre A si on utilise un filtre de Tchebyshev ?
- Quel est l'ordre du filtre B si on utilise un filtre de Butterworth ?
- Quel est l'ordre du filtre B si on utilise un filtre de Tchebyshev ?
- Tracer la fonction du gain de puissance $|H(jw)|^2$ du filtre de Butterworth A en utilisant une échelle linéaire (avec Matlab). Montrer que le filtre réalise ces spécifications, (*graphe*).
- Utiliser Matlab pour implémenter un filtre de Tchebyshev type II répondant aux spécifications du filtre B. Ensuite, utiliser Matlab pour convertir ce prototype en filtre passe-bande de bande passante 5-15 kHz. Tracer le graphe de Bode pour le filtre passe-bande.

Exercice 4.6 Ecrire un code en Matlab d'un filtre passe-haut qui atténue toutes les fréquences inférieures à 20Hz par au moins 40 dB et laisse passer toutes les fréquences supérieures à 50 Hz avec une atténuation maximale de 3 dB.